

微分方程式を通してみる世界

自然と人間

第5回 オーロラ原理の解明から始まった
シンプレクティック数値計算法

中島 隆夫

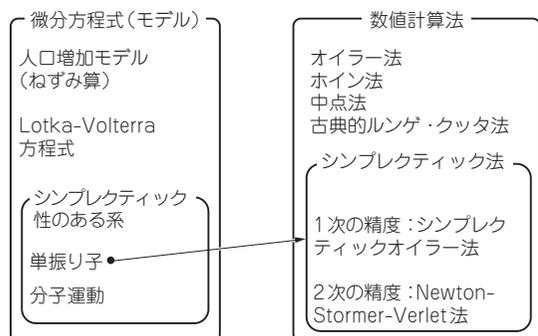


図1 数値計算法の中でのシンプレクティック法の位置づけ



図2 カール・シュテルマー

Fredrik Carl Mülertz Störmer (1874-1957). ノルウェー生まれの数学者・物理学者。数学者としてキャリアをスタートし、円周率 π の数値計算など数論と解析学の境界領域で業績を上げた。20世紀に入って同郷の地球物理学者ビルケランドに触発され、オーロラ研究に転じる

本連載では単振り子の運動などの微分方程式を解く数値計算法について解説してきました(図1)。前回(2023年3月号)では、単振り子の運動方程式について、1次のシンプレクティックオイラー法でも4次の古典的ルンゲ・クッタ法と互角な結果が出ました。ただし、どんな計算式でも精度良くというわけにはいかず、得意な計算式だったらという条件付きでした。シンプレクティックオイラー法はシンプレクティック性という、単振り子のようなある種の力学的特性がある系との相性がよかったです。今回はそのシンプレクティック法の歴史を紹介します。

シンプレクティック法の始まり

●元々はオーロラのシミュレーション用として開発

微分方程式の数値計算アルゴリズムとしてシンプレクティック法を最初に導入したのは、ノルウェーの数学者・物理学者カール・シュテルマー(Carl Störmer, 図2)と言われています。オーロラのシミュレーションに彼が開発したシンプレクティック数値計算法を適用しました。

彼が新進気鋭の数学者だった19世紀末、オーロラの原理はよく分かっていませんでした。現在は研究が進み、地磁気に対して太陽風(成分は電子や陽子といっ

たプラズマ)が巻き付き、最終的に極域の大気上層の酸素原子などを励起して発光するメカニズムであることが分かっています。しかし当時は、電荷を持った微粒子の存在がようやく明らかになり始めた頃でした。

●オーロラは磁場と電子が関係している

そのような状況の中、ノルウェーの物理学者、クリスチャン・ビルケランド(Kristian Birkeland)は、発見間もないローレンツ力(荷電粒子が磁場からうける力)によって電子が地磁気に巻き付くことがオーロラの原因だという大胆な仮説を立て、実証実験に取りかかります。実際と同じ規模の実験をするわけにはいきませんから、彼はミニチュアの実験系として、クルックス管^{注1}(図3)で陰極線を発生させ、陰極線の近くに地球を模した棒磁石を置いた環境を用意しました。この結果、極付近にオーロラのような光を発生させることに成功しました。この実験は地球の小さい模型と

注1: 開発されたばかりのクルックス管という放電装置から発生する陰極線が、負電荷をもった素粒子、つまり電子あることをイギリスの物理学者J.J. トムソンが立証した。

