

勝つために考える!

# スポーツ×物理



## 第4回 ほうがんげ 砲丸投の科学…投げ出す角度は本当に45°?

仰木 裕嗣

高校物理の教科書には、空中に質量  $m$  の物体を投げ上げると放物線を描く、という投射体の物理学が登場します。その問題文には「なお、空気の抵抗は無視する」とただし書きが添えられていることが多いでしょう。

そこで、このような状況にみあう事例として、今回は陸上競技の砲丸投を採り上げることにします。体格の良い選手たちが、投擲サークルのなかで勢いをつけて男子は7.260kg (16ポンド：ボウリング場にある一番重たいボールと同じ!)、女子は4.0kgの砲丸を投げて競い合います。2023年4月現在、世界記録は男子23m38cm、女子22m63cmです。

選手やコーチの立場からすれば、どのような角度で砲丸を投げ出せば良いのかと言うことを常日頃から考えています。これに答えるために物理問題として砲丸投を考え、砲丸の飛翔軌跡を描画するプログラムを作ります。使用する言語はPythonです。

なお、砲丸投には直線的に砲丸を押し出すグライド投法(オブライエン投法)と回転投法の2つがありますが、日本ではまずグライド投法から習うので、こちらの場合を考えます。

### プログラムを書く前に… 砲丸投の運動方程式をしてみる

#### ● 座標系とはたらく

砲丸投の全体像を図1に表しました。A点で投げ出された砲丸はB点で最高地点に到達し、その後A点と同じ高さであるC点を通り過ぎてやがて地面のD点に落下します。飛距離  $L$  は、サークル内にいる選手が腕を斜め上方に伸ばすので、 $x_0$  だけサークルから出た部分も含まれます。実際の飛翔は  $(L - x_0)$  です。

「空気抵抗を無視する」という前提と、投げ出された砲丸はその投げ出された軌跡の延長線上に落下することから、運動は2次元平面で行われるとみなしてかまいません。砲丸の進行方向を  $x$ 、鉛直方向を  $y$  とおくと、ニュートンの第2法則(運動の法則)に従い、 $x$  方向と  $y$  方向の運動は次のように表すことができます。

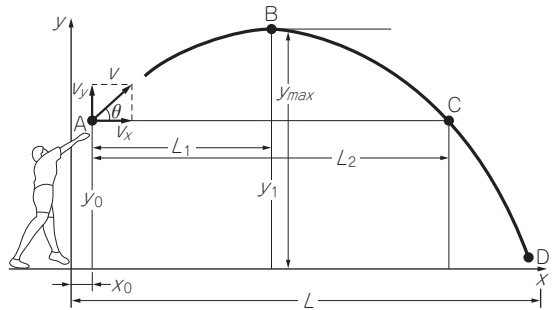


図1 砲丸投の全体像

$$m\ddot{x} = 0 \dots\dots\dots(1)$$

$$m\ddot{y} = -mg \dots\dots\dots(2)$$

ここで、文字の上の点は微分を表し、例えば  $\ddot{x}$  は  $x$  を2階微分したもの、つまり加速度であることを示します。

空気抵抗を無視すると、鉛直方向に重力だけが作用することから、 $y$  方向のみに、加速度が生じることは理解できるでしょう。 $x$  方向には等速度運動を行い、 $y$  方向には重力によって、等加速度運動が生じることを式は意味しています。

#### ● 初期条件を考える

初期条件として砲丸が手を離れた時刻 ( $t = 0$ ) のときの速度を  $v_0$  とおき、 $x$  方向の速度を  $v_x$ 、 $y$  方向の速度を  $v_y$  とすれば、それぞれの初速度は式(3)、式(4)のようになります。

$$\dot{x}_{(t=0)} = v_x = v_0 \cos \theta \dots\dots\dots(3)$$

$$\dot{y}_{(t=0)} = v_y = v_0 \sin \theta \dots\dots\dots(4)$$

$\theta$  は、砲丸の投げ出し時の水平面からの角度であるので、投げ出し角度  $\theta$  は、次の通りです。

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} \dots\dots\dots(5)$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{v_y}{v_x} \dots\dots\dots(6)$$

初速度の大きさと方向が定まり、その後の飛翔中に

