

Pythonで体験

ダウンロード・データあります

カルマン・フィルタ入門

第5回 状態量を予測する仕組み…観測ステップと予測ステップ

廣川 類

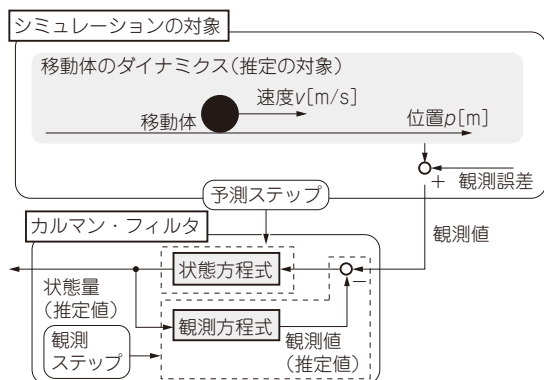


図1 1次元移動体シミュレーション・モデルとカルマン・フィルタ

カルマン・フィルタは、移動体のダイナミクスや動きの不確定性、センサ誤差の確率モデルを考慮して、最適な推定を行う強力なセンシング技術です。

前回まで、点の1次元運動についてカルマン・フィルタで状態量(点の位置や速度)を推定する方法の全体像を解説しました(図1)。今回もこの例を使って、カルマン・フィルタではどのように状態量を予測しているのか、図1の観測ステップと予測ステップに注目して、もう少し踏み込んで解説します。

● カルマン・フィルタの基本式

▶ 状態方程式

推定したい k ステップ目の状態量ベクトル $\mathbf{x}_k$ を次の状態方程式(離散系)で表します。

$$\mathbf{x}_k = \Phi_k \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_{q, k-1} \quad \dots\dots\dots (1)$$

▶ 観測方程式

センサなどで観測される k ステップ目の観測量ベクトル $\mathbf{z}_k$ を状態量ベクトル $\mathbf{x}_k$ から得るモデルを、次の観測方程式で表します。

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{w}_{n, k} \quad \dots\dots\dots (2)$$

● 観測ステップと予測ステップの役割

カルマン・フィルタの計算は、状態方程式で次のス

テップにおける状態量ベクトルの確率分布を予測する予測ステップ、観測方程式に基づく観測後の確率分布を予測する観測ステップからなります。

▶ 予測ステップ…次のステップの確率分布を予測

状態量ベクトル $\mathbf{x}_k$ および状態量の誤差を表す誤差共分散行列 $\mathbf{P}_k$ の次のステップにおける値を次の式で求めます。

$$\mathbf{x}_k^- = \Phi_k \mathbf{x}_{k-1}^+ \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\mathbf{P}_k^- = \Phi_{k-1} \mathbf{P}_{k-1}^+ \Phi_{k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$\mathbf{Q}$ は状態方程式自体の誤差を表す誤差共分散行列です。上付きの $-$ は(観測ステップ前の)事前事象、上付きの $+$ は(観測ステップの後ろの)事後事象を表します。

▶ 観測ステップ…観測後の確率分布を予測する

観測量ベクトル $\mathbf{z}_k$ を用いて、状態量ベクトル $\mathbf{x}_k$ および誤差共分散行列 $\mathbf{P}_k$ の次のステップにおける値を次の式で求めます。

$$\mathbf{x}_k^+ = \mathbf{x}_k^- + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k^-) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\mathbf{P}_k^+ = \mathbf{P}_k^- - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \quad \dots\dots\dots (6)$$

$\mathbf{K}_k$ はカルマン・ゲインを表し、観測ノイズに関する誤差共分散行列 $\mathbf{R}_k$ を用いて、次のように求められます。

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad \dots\dots\dots (7)$$

次に、今回のテーマである観測ステップと予測ステップの詳細を見ていきます。説明の分かりやすさから、観測ステップから解説します。

観測ステップの処理

● 原理の式

カルマン・フィルタの2種類の処理(予測ステップと観測ステップ)のうち、観測ステップについて、図1に示した1次元の事前確率分布と観測確率分布に基づく事後確率分布の予測に関する解説をもとに、処理の内容を説明します。まず、次の式(8)のようにカルマン・ゲイン K を定義します。

$$K = \frac{\bar{\sigma}^2}{\bar{\sigma}^2 + \sigma_z^2} \quad \dots\dots\dots (8)$$