

第7章

航空機の制御といったら「モデル・ベース」 設計

高度な制御のための 運動のモデル化&定式化

藤原 大悟

ここまでで,STEVAL-DRONE01のハードウェア やファームウェアをカスタマイズするために必要な知 識について一通り解説しました.

ここからはPID制御の代わりとして,状態フィード バック制御を題材に,ドローン用の角速度制御器を設 計して実装し,飛行実験を行います.

本章では準備として、ドローンの動きのモデル化、 運動方程式の計算、システム同定実験によるパラメー タ調整など、ドローンの制御系設計を行うにあたって の基本的事項について解説していきます.

モデル化についての基礎知識

● 設計の手始めは入力に対する動きを数式で表す

ドローンの(ドローンに限らず航空機についても) 飛行制御系の設計を行う際は、いきなり設計に入るの ではなく、まずはドローンが各プロペラのモータへの 入力に対してどのように運動するのかを数式で表現す る作業を行います. それが終わった後に、立てた数式 に基づいて制御系の設計を行うという流れです.

ドローンの運動を表現した数式を数学モデルまたは 単にモデルと呼びます.プラモデルのように,実物と は異なるものの,ある側面(この場合はドローンの運 動)については,実物の特徴をよく反映したもの,と いう意味でモデルです.

モデルを作ることをモデリングあるいはモデル化と 呼びます.また、モデルに基づいて設計を行うことを モデル・ベース設計と呼びます.

● 航空機の制御設計と言ったら「モデル・ベース」 設計

モデル・ベース設計(MBD: Model-Based Design) は、近年多方面でよく耳にするようになりましたが、 航空機の飛行制御の世界では昔から当たり前のように 行われてきました。モデル・ベース設計の利点は、実 物を使わず机上でさまざまな技術検討ができる点です が、その一方、モデルが実物と乖離していると、例え ば設計した制御系を実際にドローンに実装したら制御 性能が思ったほど出ない、最悪の場合離陸困難など、 技術検討が無意味なものになりかねません.モデルと 実物との間の差異をモデル化誤差と呼び、これをいか に小さくするかが大事になってきます.

● 本章ではモデル化を頑張る

モデル・ベース飛行制御系設計では、大半の時間を モデリングに費やすことも珍しくありません.ただ し、モデル化誤差を完全にゼロにすることは困難で す.誤差の存在を認めた上で、どこに/どのような/ どの程度の誤差が残ったかを把握して、技術検討に取 り組むことを心掛けることが肝心です.

本章では、ドローンのモデリングに焦点を当てま す.ここからは数式が多くなります.誌面の都合上, 簡略化した形になるので、より深く知りたい方は、国 内外の機械/航空/制御関係の学会が発行する論文誌 を調べることをお勧めします.

● モデル化の前提

ドローンは、x-z平面とy-z平面に関して対称な形 状/質量分布であるとします。トリム飛行状態はホバ リングとし、ホバリングおよびその近傍(低速飛行) の運動を考え、機体胴体が受ける空気抵抗(有害抵抗) は無視し得るとします。

ここで、トリム (trim) とは釣り合い、つまり機体 胴体に働く力の釣り合いが取れた状態のことを言いま す.これは、例えばホバリングや等速直線運動のよう な定常状態を指します.どのような飛行状態をトリム 飛行状態とするかは設計者が都度決めることになりま す.

ドローンの運動をモデル化するステップ

ドローンの運動をモデル化すると、おおよそ図1の ようになります.信号の流れは一部の例外を除いて左 から右へ向かいます.左から順に、第1段階としてド ローンに働く力やトルクの計算、第2段階として運動 方程式の計算による加速度/角加速度の算出、第3段 階としてそれらの積分による速度/位置および角速度

第7章 高度な制御のための運動のモデル化&定式化



図1 3段階で運動モデルを構築する

/姿勢の算出に分かれます。また、運動には重心の位 置変化を表す並進運動と、機体胴体の姿勢変化を表す 回転運動の2つがあり、これら2つは互いに影響を及 ぼしています.

ステップ1…ドローンに働く力や トルクの計算

● ホバリング状態でのPWM値は一定

ドローンには、プロペラを介して空気から受ける力 (空力)と重力という大きく分けて2つの力がかかりま す. 空力については、4つのモータへ与えるPWM指 令値 δ_1 , δ_2 , δ_3 , δ_4 のみで定まるものと仮定します. まずは、これらからPWM指令値のトリム値 δ_{trm} を差 し引きます.

トリム値とは、トリム飛行状態のときに各変数がと る一定値のことです.従って、δ_{trm}はホバリング飛行 状態における4つのモータのPWM指令値となります. なお、トリム飛行状態のとり方や重心位置によって は、4つのモータそれぞれにトリム値が異なることも ありますが、今回は4つ全て等しい値 δ_{trm} = 950LSBと しました.

・飛行状態を限定しモデルを単純化

トリム値を差し引くことで、トリム飛行状態近傍の モータやプロペラ、空力の挙動のみ考えればよくな り、問題が単純化されます、本来、空力は大変複雑な 挙動を示すものです.

例えば、設計しようとする飛行制御系が高速飛行な ど機体を激しく動かす運動や、機体質量が大きく変化 する状況など、幅広い飛行条件(飛行エンベロープ) までカバーすることが求められるなら、それに見合う ようPWM指令値や機体の速度,角速度,機体質量, 慣性モーメントの取り得る可能な限り広い値の範囲で 挙動がきちんと模擬できるモデルを作るのが望ましい です. ここでは、ホバリング近傍の飛行状態のみをカ バーすることを考え、線形な特性とみなし問題を単純 化しました.

アクチュエータのモデリング

上記のことを踏まえ、PWM 指令値に対しプロペラ がどのような推力やトルクを機体胴体に及ぼすかをモ デリングします.

推力については、PWMの変化に対して推力の変化 がわずかに遅れることを模擬するため、各プロペラに

特集 飛行・走行・航行 ドローン&ロボ制御

ついてゲイン K_{T} [N/LSB],時定数 τ_{T} [s]の1次遅れ 系を使って表現しました.時定数とは,一定値が入力 されたときに最終値の63.2%に達するまでの時間で, 値が大きいほど応答が遅くなります.先に解説したノ イズ・フィルタの1次遅れ系と同じで,折点周波数 [Hz]は1/($2\pi\tau_{T}$)となります.伝達関数で表すと次の 通りです.

ここで*i*はモータ・プロペラの番号 (*i* = 1, 2, 3, 4), *Z_i*はプロペラの推力 [N], $\Delta \delta_i lata(\delta_i - \delta_{trm})$, \overline{Z}_i (s) と $\Delta \overline{\delta}_i$ (s) はそれぞれ*Z_i*と $\Delta \delta_i$ のラプラス変換で す. モデル・パラメータは, *K_T* = 2 × 10⁻⁴, τ_T = 0.1 としました.

トルクについては、筆者が実験データを解析した限 り $\Delta \delta_i$ に対するトルク N_i [Nm]の挙動に遅れ特性を含 める必要はないと判断しました。そこで、次式のよう に単純なゲイン K_Q [Nm/LSB]で模擬しました。モデ ル・パラメータは、 $K_Q = 5.5 \times 10^{-7}$ としました。 $N_i = K_Q \Delta \delta_i$(2)

プロペラの推力とトルクを機体にかかる力と トルクに変換

ここまでは各プロペラの推力とトルクですが、これ らを機体の重心に働く機体軸3軸に関する力とトルク に変換します.推力はz軸方向成分のみで、x軸y軸 の成分を持たないとすれば、空力ベクトル F_a は次式 となります.



後に運動方程式を計算する都合上,機体質量*m*[kg] で割って表します.式(3)の右辺第2項の*Z*_{atrm}は,ト リム飛行状態におけるプロペラ推力の合計です.

 Z_i (*i*=1, 2, 3, 4)は、各プロペラ推力のトリム飛行状態からの変化分であり、機体にはたらく空力を計算するに当たっては、 Z_{atrm} を加算する必要があることに注意してください、プロペラ推力が、x軸まわりのトルク L_a とy軸まわりのトルク M_a を発生し、z軸まわりのトルク N_a は、プロペラ・トルクが発生源となります、すなわち次式となります。



+	0 0 1	$ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ -1 \end{array} $	0 0 1	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$	$ \begin{vmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \end{vmatrix} $	(5)
---	-------------	---	-------------	--	--	-----

ここで、 l_{armx} 、 l_{army} [m] は隣り合うプロペラ間の 距離の1/2であり、それぞれx軸に平行な成分(モー タ4⇔1間と2⇔3間)とy軸に平行な成分(モータ 1⇔2間と3⇔4間)です、 $l_{armx} = l_{armx} = 0.0485$ としま した、 N_i (*i* = 1, 2, 3, 4)は各プロペラトルクの、ト リム飛行状態からの変化分です、推力の場合と異な り、トリム値の加算は不要です、いま前提としている トリム飛行状態であるホバリングでは、機体重心周り の空力トルクの総和が0であるためです。

● 重力の計算

重力の方向は、基準座標系(ドローンが地上に着地 している状態での機体座標系)のz軸に平行です。後 に解説する運動方程式は、機体座標系で数式表現する 都合上重力も機体座標系で表現しておく必要がありま す。3次元空間内のあるベクトルの代数表現を基準座 標系と機体座標系の間で相互変換するために用いる行 列*C*_Bを次式に示します。

 C_B の右から機体座標系で表現された3次列ベクト ルをかけると、基準座標系で表現した3次列ベクトル が得られます. C_B の転置行列、 C_B^T の右から基準座標 系で表現された3次列ベクトルを掛けると、機体座標 系で表現した3次列ベクトルが得られます.重力は、 重力加速度の大きさを $g[m/s^2]$ として、基準座標系 上では、



g	$2(q_2q_3+q_1q_0)$	
	$q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2$	

なお,機体質量*m*で割ってあります.これが図1の 重力計算の中で行う計算です.

ステップ2…運動方程式の計算による 加速度/角加速度の算出

● 回転の運動方程式

運動方程式の計算は、機体に加わる力とトルクから、機体の速度/角速度の時間微分を算出するものです。すなわち、力を運動へ変換する処理と言えます。

高校や大学で習う基礎の力学で扱われていて,なじみ があるかと思います.

ただし、ドローンを含め航空機の運動方程式はやや 特殊です.力学の授業では、おそらく運動方程式を基 準座標系(慣性系)で表現することが多いのですが、 航空機の場合は並進/回転ともに機体座標系(動座標 系)で表現するので、式の書き方が異なります.以下、 機体座標系原点は重心に一致しているものとし、回転 の運動方程式は次式となります.

$\dot{\omega} = -J^{-1} \left\{ \omega \times (J\omega) \right\} + J^{-1} N_{\text{total}} \dots $
$J = \begin{bmatrix} J_{xx} & J_{xy} & J_{zx} \\ J_{xy} & J_{yy} & J_{yz} \\ J_{zx} & J_{yz} & J_{zz} \end{bmatrix} \dots $
$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \cdots $
$\boldsymbol{N}_{\text{total}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{L}_{a} \\ \boldsymbol{M}_{a} \\ \boldsymbol{N}_{a} \end{bmatrix} \cdots $

ここで、演算子「×」はベクトルの外積、Jは慣性行 列、 J^{-1} はJの逆行列、 ω は機体3軸まわりの角速度ベ クトル、 N_{total} は機体に働く重心周りのトルク・ベク トルです、慣性行列Jの成分のうち、対角成分 J_{xx} , J_{yy} , J_{zz} は慣性モーメント、それ以外の成分 J_{xy} , J_{yz} , J_{xx} は慣性乗積と呼びます.いずれも単位は [kg m²] です. 機体はx-z平面とy-z平面に関して対称と仮定 しているので、 $J_{xx} = J_{yy}$ および $J_{xy} = J_{yz} = J_{zx} = 0$ とな ります. 値は $J_{xx} = J_{yy} = 1.0 \times 10^{-4}$, $J_{zz} = 2.0 \times 10^{-4}$ と しました.

並進運動の運動方程式

並進運動とは,重心が移動する運動のことです.運動方程式は,次式となります.

ここで、 $v_{\rm B}$ は機体3軸の速度ベクトル、 $F_{\rm total}$ は機体 重心に働く力ベクトルです.また、 $\dot{v}_{\rm B}$ は $v_{\rm B}$ の時間微 分で、機体座標系で表現された機体速度を時間微分し たものです.基準座標系で表現された機体速度の時間 微分(加速度)を、機体座標系に変換したものではな いことに注意してください、機体質量m[kg]は、m= 0.0762としました.

● 機体の速度と位置の算出

機体座標系での速度 $v_{\rm B}$ は,時間微分である \dot{v}_{B} を時間で1階積分すれば得られます.位置は基準座標系で 算出します.行列 $C_{\rm B}$ を用いて $v_{\rm B}$ を基準座標系での表現に変換してから積分すれば基準座標系上での位置 $p_{\rm N}$ が得られます.以上より,次式が成り立ちます.



● 機体の角速度と姿勢の算出

機体座標系での角速度ωは、時間微分であるώを時 間で1階積分すれば得られます。次に姿勢は、まず クォータニオンで算出します。AHRSのところで解説 したように、角速度ωをクォータニオンの時間微分 に変換し、時間で1階積分すれば、姿勢を表すクォータ ニオンが得られます。以上より、次式が成り立ちます。

<i>q</i> = -	$\frac{1}{2} q \otimes$	$\omega = \frac{1}{2}$	$\begin{bmatrix} -q_1 \\ q_0 \\ q_3 \\ -q_2 \end{bmatrix}$	$-q_2 \\ -q_3 \\ q_0 \\ q_1$	$ \begin{array}{c} -q_3 \\ q_2 \\ -q_1 \\ q_0 \end{array} $	$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$	 	(18)
<i>q</i> =	$\begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} =$	∫ġdt∙				••••	 	(19)

クォータニオンからオイラー角φ, θへの変換方法は AHRSのところで解説したので参考にしてください.



機体の質量や慣性モーメント, 寸法など上で解説し たモデルには幾つかのパラメータがあります. ここで は, これらを定める方法について解説します.

計測可能な量は計測値を用いる

質量や寸法といった,計測器を用いて容易に計測で きるものは,計測した値を用います.ST-DRONEの モデルでは, m, l_{army} の3つが該当します.値 は前述した通りです.

計測が困難なものは解析計算から暫定値を用いる

直接計測は難しいものの,解析計算である程度値が 分かるものは,まずは計算した値で仮設定し,この後 に述べるシステム同定の過程において必要であれば調 间

特集 飛行・走行・航行 ドローン&ロボ制御

整を行います. ST-DRONEのモデルでは, 慣性モー メントJ_{rr}, J_w, J_{zz}が該当します.

筆者は次のようにして計算しました. 胴体のフレー ムについては、ST社のウェブ・ページから3次元 CADの図面データをダウンロードできるので、この 図面データを用いて胴体フレームの慣性モーメントを 推定しました.

次に、フレームに取り付ける各部品の重量と取り付け位置を測り、各部品の慣性モーメントを胴体中心まわりに換算して積算しました. なお、Li-Po電池とFCU基板は、密度均一な正方形の板と仮定して慣性モーメントを算出しました. 解析計算により、 J_{yy} = 1.10×10⁻⁴, J_{zz} = 2.08×10⁻⁴ [kg m²] が得られ、システム同定を経て前述した値にしました.

計測も解析計算も困難…そんなときは「システム同定」で値を得る

モデル・パラメータの中には計測も解析計算も困難 なものがあります.ST-DRONEのモデルでは、アク チュエータや空力の特性に関係する $K_{\rm T}$, $\tau_{\rm T}$, $K_{\rm Q}$ が該 当します.

この場合は、システム同定により値を得ます.実物 のドローンを飛行させ、操縦かんをさまざまに操作し て、そのときの操作量や機体の加速度/角速度を同時 に記録する実験(システム同定実験)を行います.そ して、実験時と同様の条件でモデルのシミュレーショ ンを行い、シミュレーション結果と飛行実験結果がで きる限り一致するようにパラメータの値を調整してい き、値を決定します.

● システム同定しやすいドローンの操作方法

よく行われる操縦方法は、低周波から高周波までさ まざまな周波数で加振し、かつ振幅を大きめに操作す る方法です.ただし、墜落しないように十分注意しな がら操縦します.詳しく知りたい方は、システム同定 理論を学んでください、リファレンス・デザインの FCUのソースコードのままでは機体をあまり大きく 加振できなかったので、rc.hのPITCH_MAX_DEG とROLL_MAX_DEGを20から60へ、YAW_MAX_DEG の数値部分を120.0から360.0へ、それぞれ変更 して、操縦かん操作に対して機体の動きが大きくなる ようにしました.

● システム同定実験からパラメータを調整

▶プロペラ用パラメータK_T, τ_T

 $K_{\rm T}$ (ゲイン), $\tau_{\rm T}$ (時定数)については、スロットル 操縦かんを加振しモータのPWM指令値とz軸加速度 を記録する実験を行ってシステム同定しました.その 際のデータを図2に示します.上のグラフは加速度 (プロペラ推力合計を機体質量で割った値.重力加速 度を含む),下のグラフは同定実験時の各モータの PWM指令値です.スロットルを低周波数から高周波 数で上下に大きく動かしています.

上のグラフの2本の線は、破線が同定実験時に計測 された値で、実線が同定実験時と同様のPWM値をモ デルへ入力しシミュレーションして得られた値です. 実線が破線にできるだけ近くなるように K_T , τ_T の値 を調整しました.

▶トルク用パラメータKo

 K_Q (ゲイン)については、ラダー操縦かんを加振し、 ヨーの角速度目標値と角速度を記録する実験を行って システム同定しました.モデルの方にもヨー角速度の PID制御を付けた状態でシミュレーションし、パラ メータ調整を行いました.その際のデータを図3に示 します.グラフの3本の線は、破線が同定実験時に計 測されたヨー角速度 ω_z の値で、実線が同定実験時と 同様のヨー角速度目標値をモデルへ入力しシミュレー ションして得られたヨー角速度 ω_z の値、1点鎖線が同 定実験時にラダー操縦かん操作によって生成したヨー 角速度目標値です.実線が破線にできるだけ近くなる ように K_Q の値を調整しました.

● 姿勢変化に関するシステム同定精度の確認

エルロン操縦かんを加振し、ロールの角速度目標値 と角速度を記録する実験を行いました. 姿勢変化は、 4つのプロペラの推力の変化により行うため、関係す るモデル・パラメータはK_T、 τ_Tとなり、新たなパラ メータはありません. 念のため姿勢変化運動がきちん とモデリングされているかどうか確認することが目的 です.

データを図4に示します. グラフの3本の線の意味 は、上記のヨー角速度の場合と同様で、ヨーがロール に変わります. この結果から、7~9sの高周波で加 振しているところで同定実験の方が同定結果よりも大 きな角速度振幅となっているという違いが見られます が、それ以外は、振幅、周波数、時間遅れについてお おむね合っていて、モデリングがきちんと行えている ことが分かります.

システム同定実験に合わせてFCUのソース コードを変更した

システム同定実験を実施するにあたり,FCUのソー スコードに手を加えています.rc.hの変更箇所はす でに述べた通りです.main.cとdebug.cの変更 箇所はリスト1とリスト2の通りです.

main.cは、システム同定に必要なデータをPCへ 送信するための変更です.上下加速度(推力)モデル のシステム同定実験時は、時刻を示すカウンタとz軸

第7章 高度な制御のための運動のモデル化&定式化



図2 システム同定実験の結果その1…上下加速度(推力)モデル



図3 システム同定実験の結果その2…ヨー角速度(トルク)モデル

人門

空ドローン制御

自走ロボ制御

水中ドローン制御

特集 飛行・走行・航行 ドローン&ロボ制御





リスト1 システム同定実験用にmain.cを変更した







加速度,3軸の角速度,4つのモータのPWM指令値 を送信するようにしました。角速度モデルのシステム 同定実験時と、後述する制御系設計後の制御実験時 は、時刻を示すカウンタとz軸加速度、3軸の角速度 とそれぞれの目標値を送信するようにしました。デー タは、約80Hzで送信します. できれば姿勢や姿勢目 標値など、もっと多くのデータをより高いレートで送 信したいのですが、無線のスループットの制約により 必要最小限にしています.

debug.cについては、PRINTF()関数を呼び出 した際に実行されるUARTによるデータ送信を、割 り込みを使って送信する方式にするための変更を実施 しています、割り込みを使うことで、PRINTF()関 数呼び出し時のメイン・ループの遅延を防ぐようにし ました.

ふじわら・だいご

【角速度モデルのシ

ステム同定実験時】