ご購入はこちら

特設 第1部

第3章 FFTはデータの両端の値が一致しないとスペクトルが歪む…窓関数で改善

窓関数

辰岡 鉄郎

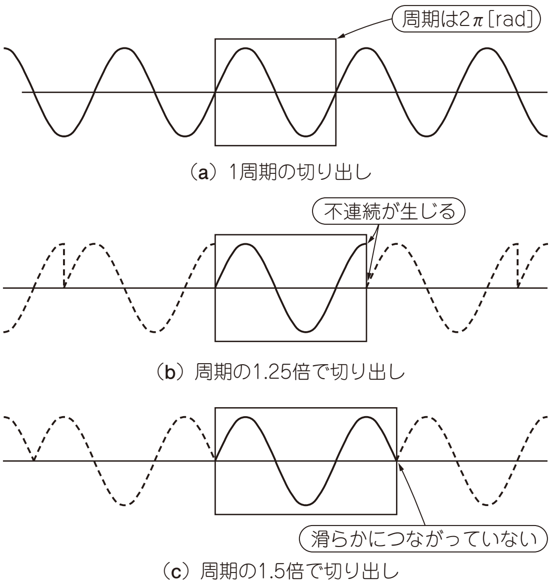

図1 信号周期の整数倍で切り出さないと不連続が生じる

FFTはデータの両端の値が一致しないと，スペクトルがひずむ問題があります．解析時間が長く，周波数分解能が高い場合にはあまり問題になりませんが，必要な周波数分解能に対してデータ長が短い場合や，微小な信号を扱いたいときには窓関数を検討する必要があります．

特集の中で，ピリオドグラムやウェルチ法，スペクトログラムの関数では，窓関数は引数1つで適用できますが，何を選ぶべきかを判断するのは設計者です．また，signal.get_window()関数も，1行で窓関数データを生成してくれますが，正しく引数を指定するには知識が必要です．周波数解析の関数を使いこなすためにも，本節で窓関数をマスタしましょう．

なぜ窓関数が必要になるのか

● 信号の切り出し区間によってスペクトル形状が変わる？

FFTによる周波数解析は，暗黙的に解析区間の波形が無限に繰り返される周期信号と見なして解析しています．このため，解析区間の始点と終点の位相が異なっていると，**図1**のように不連続な成分を含む信号を解析することになってしまいます．

図2，**図3**は解析区間を4周期，4.5周期とした場合の振幅スペクトルです．4周期では，単一のスペクトルになっていますが，4.5周期では広がりが見られます．

● 解析区間の切り出し操作も窓関数の1つ

解析区間のデータを切り出す操作は，**図4**のような解析区間で1となりそれ以外の範囲では0となる関数との乗算と解釈できます．

このような，特定の区間を切り出す関数を窓関数と呼びます．窓枠を当てはめ，枠の中を切り取るイメージです．**図4**の矩形波の形をした，単純切り出しを行う窓関数は矩形窓と呼ばれます．

窓関数の周波数スペクトル

● 周波数スペクトルは信号と窓関数の畳み込み

第1章で学んだ通り，時間領域で窓関数を乗じることは周波数領域では畳み込みになります．従って，切り出した波形のスペクトルは，元の波形のスペクトルに**図5**の矩形窓のスペクトルを畳み込んだものになります．

ところで，窓関数のスペクトルの形状は，**図6**のような形状をしています．中央の山をメイン・ローブ，裾野に連なる山々をサイド・ローブと呼びます．

単一スペクトルを持つ，単一の周波数の波形は，窓関数のスペクトルになります．しかし，窓関数スペクトルになると言っても，リプルを持つ波形になるわけではありません．サイド・ローブのリプル間隔は，周波数分解能に等しく各サンプリング点では，リプルの山のそれぞれに似た位置でサンプリングされるため，全体に1つの山のような形状になります．サンプリング点が谷間に一致すれば，単一スペクトルが得られます．以降，その様子を見て行きます．