

離散時間信号の性質

辰岡 鉄郎

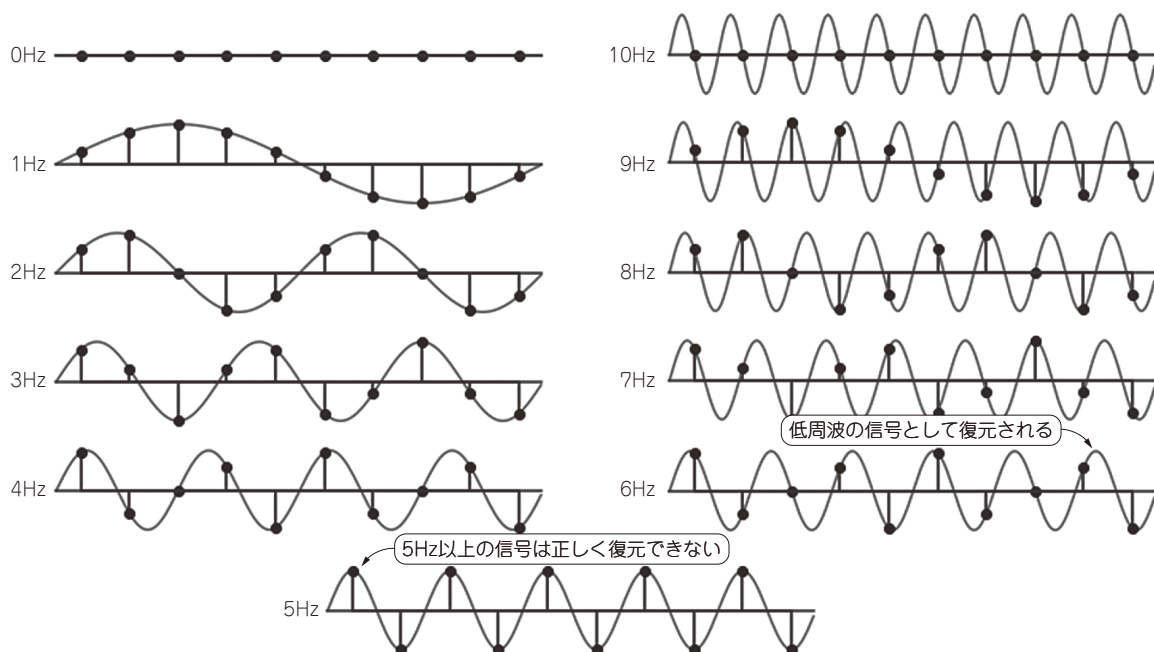


図1 0～10Hzの波形を10Hzでサンプリングした例

信号を離散化すると何が起きるのか、サンプリング定理やエイリアシング、元の連続時間信号とのスペクトルの関係など、離散時間信号を扱う上で、知っておくべき性質について解説します。

信号処理に頻出のワード

● サンプリング定理 (標本化定理)

サンプリング定理とは、「連続時間信号 $x(t)$ の周波数が区間 $-\Omega_c \sim \Omega_c$ の範囲内に帯域制限されているとき、離散時間信号 $x[n]$ のサンプリング周波数が $\Omega_s > 2\Omega_c$ を満たせば、元の信号 $x(t)$ を完全に復元できる」というものです。もう少し平たく言うと「信号の最大周波数の2倍を超える周波数でサンプリングすれば、元のアナログ波形を再現できる」となります。

具体的に、0～10Hzの波形をサンプリング周波数10Hzでサンプリングしたときの様子を図1に示します。サンプリング周波数の半分の5Hzでは、位相次第で振幅が変わるため元の波形を正しく復元できないことが分かります。それより大きい周波数の波形も、信号の変化を捉えきれず実際より低い周波数の波形として観測されています。この場合も元の連続波形を復元することはできません。周波数は10Hzでなくても同様ですから、サンプリング定理が一般に成り立つであろうことは推察できます。

● ナイキスト周波数

離散時間信号が表現できる最大の周波数は、サンプリング周波数の1/2の周波数です。これをナイキスト周波数と呼びます。ナイキスト周波数では、サンプリ