第4章 振幅応答/位相応答を調べる，極と零点の配置で安定性やフィルタの大まかな振る舞いも分かる

ディジタル・フィルタの解析

辰岡 鉄郎

前章のz変換によって時間遅延をz^{-1}の乗算で表せることで，差分方程式で記述されるシステムを代数方程式あるいは伝達関数で表現できるようになりました．

ディジタル・フィルタを設計する前に，まず，フィルタの特性を評価できるよう，解析方法を学んでいきます．振幅応答や位相応答，極と零点の配置から安定性やフィルタの大まかな振る舞いを理解する方法，線形位相特性などを解説していきます．

差分方程式とブロック図…フィルタの簡単化にも役立つ

ディジタル・フィルタに限らず，同じ処理をするのに，演算量やデータ量は少ない方が処理時間や消費電力，メモリ・リソースなどを節約でき，望ましいと言えます．

差分方程式をブロック図で表すと，演算量を評価し，ブロック図の等価変換を用いて簡単化できます．前章の通り差分方程式の一般形は式(1)となります．

$$\sum_{k=0}^{N} a_k y[n-k] = \sum_{k=0}^{M} b_k x[n-k] \quad \cdots\cdots(1)$$

● ディジタル・フィルタの差分方程式

ディジタル・フィルタでは，現在の出力値を求めるため，$a_0=1$に固定し，一般に式(2)が用いられます．

$$y[n] = \sum_{k=1}^{N} -a_k y[n-k] + \sum_{k=0}^{M} b_k x[n-k] \quad \cdots\cdots(2)$$

なお，これはIIRフィルタの一般形とも捉えられ，FIRフィルタでは，a_kの値は全て0となります．離散時間信号にフィルタを適用する際は，この式に従って，各時刻で積和演算を繰り返すことで実現されます．

式(2)をz変換すると式(3)のようになります．

$$Y(z) = \sum_{k=1}^{N} -a_k z^{-k} Y(z) + \sum_{k=0}^{M} b_k z^{-k} X(z) \quad \cdots\cdots(3)$$

これをブロック図で表すと，**図1(a)**が得られます．この形式を直接型Iと呼びます．

● アーキテクチャの違いでリソース消費量や出力遅延が異なる

等価変換と呼ばれる変換規則により，処理は等価なまま**図1(b)**の直接型I(転置)，**図1(c)**の直接型II，**図1(d)**の直接型II(転置)などの異なる形式に変形できます．

直接型IIでは，転置も含め，遅延素子が統合され，メモリを節約できます．

直接型II(転置)では，遅延素子の出力をあらかじめ求めておけば，入力データの取得後，システムの出力値を，1回の積和演算で得ることができます．

FIRフィルタのブロック図を**図2**に示します．こちらでも同じように転置の方が出力値を得るまでの時間が短くなります．このように，同じ処理内容でも，実装方法の違いで，リソース消費量や，出力遅延時間が異なります．

実際には，ディジタル・フィルタでは，計算精度の問題から，2次(記憶素子が2段)のフィルタを直列，あるいは並列に接続して使用することが多く，設計の際に変形が必要な場面は多くありません．このため本稿では，変換手順の詳細は割愛します．

ただし係数値が同一，符号違い，2の累乗倍の値を取る場合には，まとめて演算量を大幅に減らすことができることもあり，多チャネルの場合や，高速性が求められる場面では，実装のチューニングを検討する価値があります．

周波数応答とインパルス応答…フィルタの特性を把握する

● 周波数応答

フィルタの周波数特性は，周波数応答とも呼ばれ，むしろこちらの呼称で呼ばれることが一般的です．信号の周波数解析と同様，周波数に対する振幅や位相の特性を確認します，これらも，フィルタの場合には，振幅応答，位相応答と呼ばれます．

● インパルス応答，伝達関数から周波数応答を得る

第1章では，インパルス応答をフーリエ変換するこ