

これだけ抑えればFIRフィルタとIIRフィルタの何たるかは語れるようになる!

3月号フォローアップ

デジタル・フィルタの作り方

後編 IIR編

辰岡 鉄郎



前号(2021年4月号)に引き続き、デジタル・フィルタの設計法について解説します。前号では波形ひずみを生じない厳密な線形位相特性を実現できるFIRフィルタについて、ポピュラな窓関数法による設計法

を紹介しました。今回は少ない次数で急峻な特性を実現可能で、アナログ・フィルタの置き換えにも利用できるIIRフィルタについて、双一次変換法を用いた設計法を説明します。

IIRフィルタの設計

● IIRフィルタの設計法

IIRフィルタの設計は、アナログ・フィルタをデジタル・フィルタに変換する方法が一般的です。sで記述されたアナログ領域の伝達関数を、zで記述されたデジタル領域の伝達関数に変換するs-z変換法を使用します。s-z変換法には、表1のような種類があります。主に用いられているのは、双一次変換法です。

資料により、「標準s-z変換法」を「標準z変換」と呼ぶなど、s-z変換法の呼称にはバリエーションがありますが、ラプラス変換の離散版とも言える、単なる「z変換」と混同して紛らわしいため、本稿では「s-z変換」の呼称を採用しています。

s-z変換法1…標準s-z変換法

● インパルス応答がアナログとデジタルで等しくなるように変換する

標準s-z変換法(インパルス不変法)は、アナログ・

フィルタのインパルス応答とデジタル・フィルタのインパルス応答が等しくなるように変換する方法です。アナログ・フィルタの伝達関数をラプラス逆変換によりインパルス応答を求め、離散化します。得られた波形にz変換を適用すると、デジタル・フィルタの伝達関数が求まります(図1)。

● アナログ・フィルタの伝達関数からデジタル・フィルタの伝達関数を求める

一般に、アナログ・フィルタの伝達関数G(s)は部分分数の形に展開できます。

$$G(s) = \sum \frac{\beta_k}{s - a_k} \dots \dots \dots (1)$$

これをラプラス逆変換することで、インパルス応答g(t)が求まり指数関数の和の形になります。

$$g(t) = u_0(t) \sum \beta_k e^{a_k t} \dots \dots \dots (2)$$

式(2)をサンプリング周期Tで離散化すると、以下のようにデジタル・フィルタのインパルス応答h[nT]が得られます。

$$h[nT] = u_0[nT] \sum \beta_k (e^{a_k})^{nT} \dots \dots \dots (3)$$

式(3)をz変換することで、デジタル・フィルタの伝達関数H(z)が求まります。

表1 s-z変換法の種類

設計法	説明
標準s-z変換法またはインパルス不変法	アナログとデジタルのインパルス応答が一致するように変換する方法。折り返し歪みが考慮されていないため、ナイキスト周波数で十分に減衰したローパス・フィルタかバンドパス・フィルタにのみ利用できる。
整合s-z変換法	アナログとデジタルの極と零点が一致するように変換する方法。折り返し歪みが生じうるため、適用可能なフィルタに限られる。
双一次変換法	分子分母が一次式で表される変換式を用いる方法。折り返し歪みの問題が生じない。フィルタの種類や遮断周波数によらず、いずれのフィルタも実現できるため、通常は、この方法が用いられる。変換による周波数の誤差を、周波数プリワーピングにより補正する必要がある。

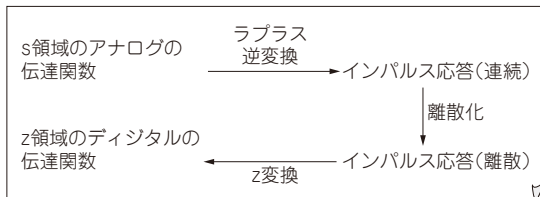


図1 標準s-z変換法の処理内容