

ロケットや人工衛星は 高校数学&物理で案外飛べる!

宇宙の数式

第7回 ドップラー効果

森下 直樹

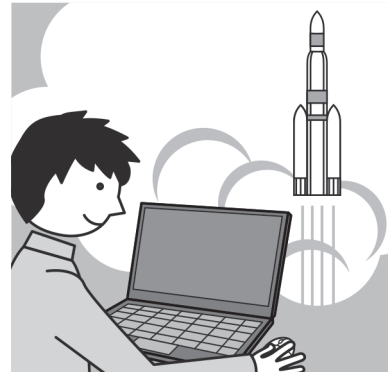


写真1 (1)
JAXA 白田宇宙空間観測所
64m パラボラアンテナ
(©JAXA)

ドップラー効果は、身の回りのさまざまな場面で観測されます。また、広大な宇宙をかける探査機の速度を知るためにも利用されます(写真1)。今回は、音波と周波数の可視化を通じてドップラー効果について理解を深めていきましょう。

ドップラー効果…F1マシンのエンジン音、救急車のサイレンの音など

ドップラー効果(Doppler effect)は、波の発生源や観測者が動くときに、周波数が元の波のものとは変わって観測される現象のことを指します。F1マシンのエンジンや救急車のサイレンの音の高さが目の前を通り過ぎる前後で変わって聞こえるのは、音のドップラー効果の例です。

音源が観測者に向かって真っすぐ動いているときのドップラー効果の公式は、 f' を観測者が聞く音の周波数、 f を音源が発する音の周波数、 V を音速、そして v_s を音源の速度として式(1)のように与えられます。

$$f' = f \times \frac{V}{V - v_s} \dots\dots\dots(1)$$

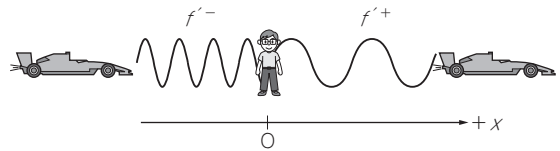


図1 ドップラー効果の模式図

図1のように座標を取ったとき、音源が原点(観測者)に到達するまでに聞こえる周波数を f'^- 、原点(観測者)を通過後に聞こえる周波数を f'^+ とすると、これらはそれぞれ式(2)、式(3)のように表されます。

$$f'^- = f \times \frac{V}{V - v_s} \dots\dots\dots(2)$$

$$f'^+ = f \times \frac{V}{V + v_s} \dots\dots\dots(3)$$

式(2)で $V/(V - v_s) > 1$ であるため、通過前の周波数 f'^- は元の周波数 f より高くなること、一方、式(3)で $V/(V + v_s) < 1$ であるため、通過後の周波数 f'^+ は元の周波数 f より低くなるのが分かります。

音のドップラー効果の式の導出

音源S(Source)が一定の速度 v_s で動く場合について、静止している観測者O(Observer)が観測する周波数のドップラー効果の式を導出します。

時刻 t に、音源Sは観測者Oを基準にして位置 $\vec{r}(t)$ にいるものとします。このときに音源Sから出た音速 V の音波が観測者Oにたどり着くまでにかかる時間は、以下の式(3)となります。

$$\tau(t) = \frac{|\vec{r}(t)|}{V} \dots\dots\dots(3)$$

この音が観測者Oに聞こえる時刻 t' は次の式(4)で表せます。

$$t'(t) = t + \tau(t) = t + \frac{|\vec{r}(t)|}{V} \dots\dots\dots(4)$$

そこから少しだけ時間が経過し、時刻が $t + \Delta t$ になったとき、速度 \vec{v}_s で動く音源Sは

$$\vec{r}(t + \Delta t) = \vec{r}(t) + \vec{v}_s \times \Delta t \dots\dots\dots(5)$$

の位置にいるはずですが、このとき、音源Sから出た音

