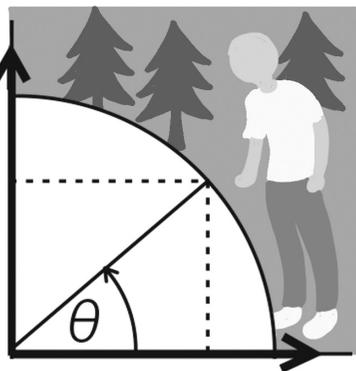


画像や音で理解する数学・物理の世界

数式の歌を聴け

第6回 円周率を求める

宮田 賢一



円周率…無限に続く数字を求めたい

円周率は円の計算を行うときに使われます。例えば、直径 r の円の円周は $2\pi r$ と表せます。ここで π が円周率を示し、円周と直径の比で定義される定数です。学校で円周率は3.14と習います。しかし実際には円周率は無理数であることが証明されており、小数点以下は循環せずに無限に数字が並びます。そこでこの無限に続く数字を求めるにはどうしたら良いかというのが今回のテーマです。

どこまで必要？実用的な円周率の桁数

現実の世界で使用する円周率は、小数点以下どれくらいの桁数が必要とされるでしょうか。分野別の値を紹介します。

● 陸上競技では3.1416

日本で公認される陸上競技場のトラックでの計測では3.1416が使われます⁽¹⁾。小数点以下の桁数は4、有効数字でいうと5桁あります。説明を簡単にするために直径が100mの円のトラック(周長314mほど)を作りたいとします。このとき、有効数字が5桁であるということは、トラックの半径も有効数字5桁で計測しなければならないという意味になります。

計測する際は目盛りの10分の1まで読み取る必要があることを考慮すると、トラックの直径は100.000mの単位で計測する、つまりmmの単位で読み取らなければなりません。逆に言うと、トラックの長さは1cmの単位で正確だということになります。

● 宇宙スケールでも高々37桁で十分

1977年に地球から打ち上げられ、現在も宇宙空間を飛び続けている宇宙探査機ボイジャー1号は、2023年2月10日現在、地球から148億マイル(238億km)離れた場所にいます⁽²⁾(図1)。このボイジャー1号を含め、無人探査機などの研究開発と運用を行っている

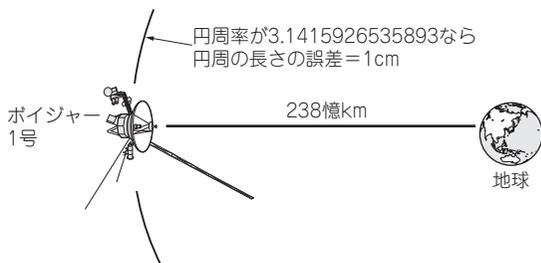


図1 地球とボイジャー1号の距離を半径とする円周長の誤差は円周率15桁あれば誤差1cmに収まる

米国NASAのジェット推進研究所では、惑星間航行システムの設計のための円周率として3.141592653589793(小数点以下15桁)を使用しています⁽³⁾。その理由として、地球とボイジャー1号までの距離を半径とする円周の誤差が、円周率の小数点以下が15桁もあれば1cmに収まると説明しています。ちなみに1cmという値は、 $2 \times (\text{正確な円周率} - 3.1415926535893) \times 238 \text{億 km}$ という式で計算できます。なお、実際に小数点以下15桁(有効数字16桁)の円周率が必要な精度を出すためには、ボイジャー1号までの距離を1cmの単位で正確に計測しなければならず、現在の技術では困難かもしれません。しかしそのレベルで計測できたとして、現在人類が到達できる世界では、円周率は15桁あれば十分だと言えます。

さらに規模を広げて、宇宙の果てまで世界を広げるとどうなるでしょうか。現在地球から観測可能な宇宙の端までの距離は460億光年と試算されています。この宇宙において、円周の誤差を水素原子の直径(0.1nm)に収めるためには、前述した誤差の計算式に当てはめると小数点以下37桁で足りるという結果が得られます。

● それでもどこまで続けるのかを知りたい

観測対象によるとはいえ、宇宙規模での超高精度な計測であっても、円周率を小数点以下100桁まですら求める必要はなさそうです。

