第5章 フィルタを作るなら知っておくべき

接続法/ブロック図変形/再帰形と非再帰形/FIRとIIR/安定性

三上 直樹

ディジタル・フィルタを扱う際に，頭に入れておいた方がよいと思われる事柄で，前章までに扱っていない点を説明します．

複数の離散時間システムを接続する

幾つかの小さな離散時間システムを接続してディジタル・フィルタを構成する場合がよくあります．そのため，ここでは代表的な接続方法として，

- 縦続接続
- 並列接続
- フィードバック接続

の3つの接続法について説明します．

この項目では，信号をz変換したものを大文字で表します．例えば，ある信号を$x[n]$とすると，$X(z)$は$x[n]$をz変換したものを表します．

● 接続方法1：縦続接続

2つの離散時間システムを**図1(a)**のように接続するのが縦続(Cascade)接続です．**図1(a)**の1段目，つまり伝達関数が$F(z)$である離散時間システムの，入力$X(z)$と出力$V(z)$との関係は次式の通りです．

$$V(z)=F(z)\cdot X(z) \quad\cdots\cdots(1)$$

2段目の離散時間システムの伝達関数が$G(z)$だとすると，入力$V(z)$と出力$Y(z)$の関係は次式で表されます．

$$Y(z)=G(z)\cdot V(z) \quad\cdots\cdots(2)$$

そのため，システム全体の入出力の関係は，式(1)を式(2)に代入すると求められ，次のようになります．

$$Y(z)=G(z)\cdot F(z)\cdot X(z) \quad\cdots\cdots(3)$$

式(3)で，$G(z)\cdot F(z)$という乗算は，$F(z)\cdot G(z)$という具合に順番を変えても同じ結果になります[注1]．そのため，式(3)は次のように書いても構いません．

注1：正確には，例えば行列同士の乗算の場合のように，乗算の順番を変えると結果が変わる場合もあります．しかし本特集で扱う範囲ではそのようなことは想定していません．通常の複素数であれば乗算の順番を変えても結果は同じになります．

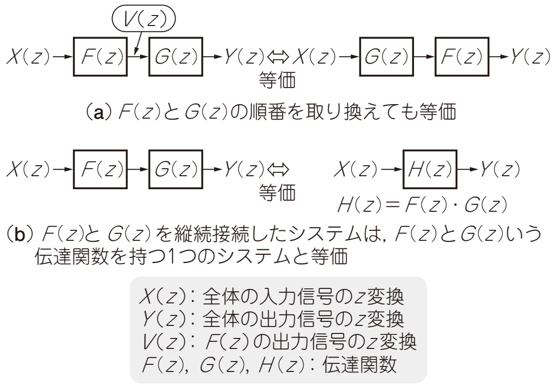

図1 離散時間システムの縦続接続

$$Y(z)=F(z)\cdot G(z)\cdot X(z) \quad\cdots\cdots(4)$$

以上のことから，**図1(a)**の右側のように接続したシステムと，左側のように接続したシステムは等価です．

また，**図1(b)**に示すように，

$$H(z)=F(z)\cdot G(z) \quad\cdots\cdots(5)$$

の関係があれば，右側のように1つの離散時間システムにまとめることができます．逆に，右側の離散時間システムの伝達関数を，2つの伝達関数の積で表すことができれば，つまり因数分解できれば，左側のように2つの離散時間システムを縦続接続する構成に変形できます．

縦続接続する離散時間システムの数が3個以上であっても同じ関係が成り立ちます．

● 接続方法2：並列接続

2つの離散時間システムを**図2**の左側のように接続するのが並列(Parallel)接続です．この接続で，$F(z)$の出力を$V_F(z)$とすると次式が成り立ちます．

$$V_F(z)=F(z)\cdot X(z) \quad\cdots\cdots(6)$$

また，$G(z)$の出力を$V_G(z)$とすると次式が成り立ちます．

$$V_G(z)=G(z)\cdot X(z) \quad\cdots\cdots(7)$$

一方，$Y(z)$は，$V_F(z)$と$V_G(z)$の和なので次式が