第4章 直接形/直接形の転置形/継続形/並列形

IIRフィルタの代表的な構成法

三上 直樹

● FIRフィルタは計算量が多い

前章ではFIR (finite impulse response) フィルタについて見てきました．FIRフィルタで特に遮断特性が急峻（フィルタの周波数特性で，通過域と阻止域の間の遷移域が非常に狭いという意味）なものを作ろうとした場合，高い次数が必要になります．次数が高いということは，計算量が多くなることを意味します．そのため, FIRフィルタをプログラムで実現する場合は，単位時間当たりの計算量が増えるので，高速なCPUが必要になります．プログラムではなく，例えばFPGA (Field Programmable Gate Array) で実現するような場合は，ゲートの使用量が増えるため，大規模なFPGAが必要になります．いずれにしてもFIRフィルタを実現するにはコストが高くなります．

● IIRフィルタは計算量が少なくて済む

一方，IIR (infinite impulse response) フィルタでは，遮断特性の急峻なものを作る場合でも，次数はそれほど大きくする必要がありません．大まかな目安としては，IIRフィルタに必要とされる次数は，FIRフィルタに対して1桁小さくて済みます．

そのため，それほど高速ではないCPUを使ってリアルタイム処理を行う場合，FIRフィルタでは実現できないが，IIRフィルタでは実現できるというケースも出てきます．

IIRフィルタは，インパルス応答の継続時間が無限のフィルタです．このフィルタでは入力信号が0になった後も，理論的には無限大の時間が経過しなければインパルス応答は0になりません．

本章では，代表的な直接形 (direct form)，縦続形 (cascade form)，並列形 (parallel form) について，それぞれのフィルタ構成法を説明します．その他に格子形 (lattice form) といった構成方法もありますが，それらについては参考文献 (1) などを参照してください．

FIRフィルタと違って，IIRフィルタは演算誤差や係数誤差の影響が大きく現れることがあります．そのため，このような誤差の影響についても説明します．

IIRフィルタを作る上では安定性も考慮する必要があるので，その説明も行います．

最も簡単な直接形

直接形Ⅰ，直接形Ⅱという2つのタイプについて，フィルタの構成を示します．この2つには，それぞれFIRフィルタで紹介した転置形もあります．

■ 直接形Ⅰ

● 差分方程式とブロック

IIRフィルタの入出力を表す差分方程式の中で，最も基本的なものは次式で表されます．

$$y[n] = \sum_{k=1}^{K} a_k y[n-k] + \sum_{m=0}^{M} b_m x[n-m] \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

IIRフィルタは$K = M$とする場合が多いので，以降では式 (1) のKをMに置き換えた次式のような差分方程式を使います．

$$y[n] = \sum_{m=1}^{M} a_m y[n-m] + \sum_{m=0}^{M} b_m x[n-m] \cdots\cdots\cdots(2)$$

式 (2) の差分方程式と1対1に対応するIIRフィルタのブロック図を**図1**に示します．このような構成法は直接形の1つですが，これとは違う直接形の構成もあるので，それと区別するために直接形Ⅰと呼ばれています．

式 (2) の差分方程式に対応する伝達関数$H(z)$を次に示します．

$$H(z) = \frac{\sum_{m=0}^{M} b_m z^{-m}}{1 - \sum_{m=1}^{M} a_m z^{-m}} \cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

式 (3) は，z^{-1}を1つの変数と考えると，分子および分母の多項式はz^{-1}に関するM次式になっているので，このような伝達関数を持つIIRフィルタはM次のIIRフィルタと呼ばれます．

式 (2) や式 (3) で，

- a_m,　$(m = 1,\ 2,\ \cdots,\ M)$
- b_m,　$(m = 0,\ 1,\ \cdots,\ M)$