モータの振動に含まれる
周波数スペクトル解析を通して

毎号増える！

時系列データ信号処理

第3回　高速フーリエ変換のアルゴリズム

金子 真也

今回は高速フーリエ変換が，どのような処理で実現されるのかを解説します．

フーリエ変換は信号に含まれる周波数成分を確認したいときなどに使われる処理です．フーリエ変換の概要や信号処理における使いどころについては，連載第2回（2023年10月号）を参照してください．

処理の流れ

FFTのアルゴリズムは1種類だけというわけではなく，幾つか存在します．有名なのがクーリー・テューキー型アルゴリズムです．これは細かいアルゴリズムの違いで複数種あります．しかし，どれもポイントになるのは，計算対象を2つのグループに分けていき，計算を間引いているという点です．

処理の流れを次に示します．より詳しい説明は専門書を参照してください．

表1　FFTで行うデータの並び替え

並び替え前	並び替え後	
x［0］	x［0］	
x［1］	x［8］	
x［2］	x［4］	
x［3］	x［12］	
x［4］	x［2］	インデックスが偶数
x［5］	x［10］	
x［6］	x［6］	
x［7］	x［14］	
x［8］	x［1］	
x［9］	x［9］	
x［10］	x［5］	
x［11］	x［13］	
x［12］	x［3］	インデックスが奇数
x［13］	x［11］	
x［14］	x［7］	
x［15］	x［15］	

表2　ビット逆順に対応する十進数

（）は2進数に変換した値

並び替え前のインデックス	並び替え後のインデックス
0（0000）	0（0000）
1（0001）	8（1000）
2（0010）	4（0100）
3（0011）	12（1100）
4（0100）	2（0010）
5（0101）	10（1010）
6（0110）	6（0110）
7（0111）	14（1110）
8（1000）	1（0001）
9（1001）	9（1001）
10（1010）	5（0101）
11（1011）	13（1101）
12（1100）	3（0011）
13（1101）	11（1011）
14（1110）	7（0111）
15（1111）	15（1111）

● データの並び替え

データの並び替えでは，その後に実行するバタフライ演算を効率よく実行するためにビット逆順というルールでデータを並び替えます．

ここでは，分かりやすいようにx［0］～x［15］の16点のサンプリング・データを並び替えてみます．

並び替えたものを見てみると，上の8個のインデックス（添字）は偶数，下の8個のインデックスは奇数となっています（**表1**）．この並びを実施するには，インデックスの数字を2進数に変えてビットの逆から見てください．ビットを逆にして10進数に直すと，**表2**の法則になります．これをビット逆順と言い，FFTの特徴の1つとなります．

次のように，2進数にして上位ビットと下位ビットをひっくり返すと，10進数の1は8と読めます．

例：0001（1）→1000（8）

● バタフライ演算

このビット逆順を元にデータを並び替えた後，バタフライ演算という計算を行います．この中で，先ほど並び替えたサンプリング・データと回転因子とを乗算します（**図1**）．

x［n］はサンプリング・データです．W_N^nは回転因子，X［n］は出力になります．

このクロスした矢印が蝶々の形に見えることからバタフライ演算と呼ばれます（**図2**）．入力信号と回転因子を乗算，加算していくことで1回のバタフライ演算が終わります．これを全データに対して実行し，1回のステージが完了します．さらにステージ1の結果を使ってステージ2を実行します．16点の場合は全部で4回のステージを実行するとFFT計算が完了します．

サンプリング・データ数をNとするとステージの回数は$\log_2 N$で求めることができます．8点の場合3ステージ，16点の場合4ステージ，32点の場合5ステージです．

さらに，W_N^0は$n=0$なので1になります．1との乗算は省略できるので，**図3**のように乗算を省略できます．このように実際のプログラムの実装では極力むだ

第1回　センサ時系列信号はサイン波やコサイン波の集まり（2023年8月号）
第2回　フーリエ変換と窓関数（2023年10月号）