

コンピュータの数、人間の数の落とし穴

ご購入はこちら

矢崎 成俊

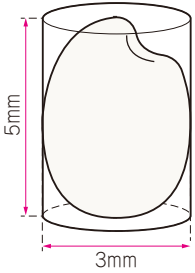


図1 米粒の体積計算では円周率は3でも3.14でも大差なし

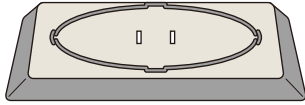


図2 土俵の円周計算では円周率を3.14にしないと、短くなってしまふ

筆者は数学の研究・教育を生業にしているので、本特集の趣旨に鑑みながら、コンピュータ上の計算を通して数学を学ぶ意義について考えました。

円周率3 vs. 3.14... 理想は大雑把のためにある

小学校では円周率は3になる、と世の中がざわついたことがありました。25年も前のことです。2002年度実施の小学校学習指導要領の改訂(1998年12月告示)の第5学年で習う算数の内容の取り扱いにおいて、「円周率としては3.14を用いるが目的に応じて3を用いて処理できるよう配慮するものとする」という文言がやや扇情的に円の面積は「半径×半径×3」のよう流布されました。詰め込み教育から転換した、ゆとり教育に懐疑的な世情も背景にありました。

▶例1：米粒の体積

大雑把に米粒を円柱に見立てると、円の直径は3mm、高さは5mm程度です(図1)。だから、米粒の体積は円周率を3とすると、

$$\frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times 3 \times 5 = \frac{27 \times 5}{4} = \frac{135}{4} = 33.75$$

となって、暗算が苦手な筆者にとってもギリギリ計算できます。もちろん円周率を3.14にしたら暗算は最初から放棄します。ところで、円の直径を2.93mm、円周率を3.14とすると、米粒の体積はほぼ33.7mm³となって、上で求めた体積と大差ありません。そもそも米粒の径は2～3mm程度でばらつきが多いですし、米粒の見立てとして円柱よりも回転楕円体の方が良いでしょう。だからこの大雑把な計算で、円周率の精度

に気合いを入れてもあまり意味がないわけです。円周率は3で十分!?

▶例2：土俵の円周

縄で円を作って本物と同じ大きさの土俵を作ります(図2)。土俵の直径は4.55m(15尺)なので、3.14倍して14.29mの長さの縄を用意すればよいことが分かります。円周率を3とすると13.65mになるので64cmも短くなります。だから円周率を3.14にしないと土俵が小さくなってしまいます。

当時の学習指導要領はこんなことを言いたかったのでしょうか。しかし、本稿で言いたいことは、指導要領の記述の妥当性でも、それに対する世情の是非でもありません。

▶例3：円周をπを使わないで計算してみる

確かに円周率の真の値πとの相対誤差を考えると、3より3.14の方が断然良いです。

$$\text{相対誤差} : \frac{|\pi - 3.14|}{\pi} = 0.05\%, \quad \frac{|\pi - 3|}{\pi} = 4.5\%$$

直径1の円に内と外から接する正多角形の周長を計算してみます。内接正六角形の周長は3で、外接正六角形の周長は $2\sqrt{3} = 3.461\dots$ です(図3)。辺の数を6から倍々に増やしていくと、4回目の96でやっと内接と外接正96角形の周長が小数点以下2桁まで一致します[図3(d)]。この事実より円周率は3.14まで正しいことが主張できます。紀元前3世紀のアルキメデスが証明しました。

▶本当の円を見ることは誰にもできない

相対誤差や周長のことを考えると円周率は3より3.14の方が良いのですが、良いと言えるのは円周率πが実数として存在することを信じているからです。だから3より3.14の方がπの近似の精度が高い、つまり良いということが言えるわけです。もちろん、実数πの存在は信念ではなく数学的に証明できる事項です注。信念というとうさんくさいから、誰にでも持つことのできる共通の理想と言いましょ。

なぜ理想なのでしょう。それは本当の円を目で見ることは誰にもできないからです。円を線で丸く書いた時点でそれは本当の円ではありません。本当の線には幅がありませんので線は目では見えないからです。線を段々細くしていった極限の果てに円があります(図4)。目には見えませんが円はあります。