

基礎数学の章は、第1部で扱う数学処理全般の基礎を支える基盤技術を紹介します。

さまざまな分野の基盤を支える学問ながら、それ単体では地味で面白みに欠け、学生時代に敬遠された方も多いのではないのでしょうか。しかし、2章以降の応用事例を知るにつれ、基盤となる基礎数学の意義や、重要性に気づかれることと思います。

万能の魔法に思えるAIも、内部では膨大な行列演算や統計処理から成り立っています。スマホで手軽にできる動画編集も、三角関数、行列演算の基盤があってこそ実現できているのです。

2章以降を読み進めるための基礎知識、逆引き辞典として、是非ご活用ください。

1-1 三角関数

米本 成人

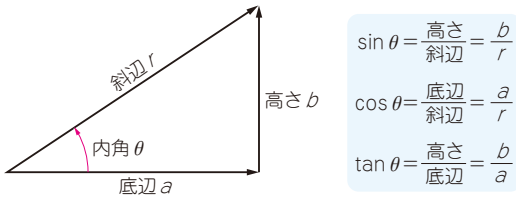


図1 三角関数の定義

● 概要

三角関数は、直角三角形の3辺の比率によって定義された関数です(図1)。直角でない角の片方の角度 θ を変数として、図1に示すsin関数、cos関数、tan関数という、3つの関数で表現します。三角関数はフーリエ変換や交流電流電圧の式などさまざまな分野で使われる重要な数式です。

● 仕組み

▶ 三角関数の定義

図2に示すように、デカルト座標(直交座標)系に斜辺の長さが1の直角三角形を描きます。 x 軸の正の部分と三角形の斜辺がなす角度を θ とします。斜辺が反時計回りに回ると、角度 θ が大きくなり、1回転すると 2π ラジアン(360°)となります。回転数が増えると、その数だけ増加すると考えます。斜辺が x 軸から時計回りに回転すると逆方向になるため、マイナスの角度と考えます。

代表的な $\sin\theta$ と $\cos\theta$ が角度 θ で変化する様子をグラフに描くと、同じ波型のグラフが得られますが、少し横にずれています(図3)。このとき、横にずれている量を位相 ϕ と呼びます。

図3から同じ波形が繰り返されていることがわかります。この周期性が三角関数の大きな特徴です。三角関数を使うことで、海の波や電波の形状などといった形や時間変化を数式として表現できます。

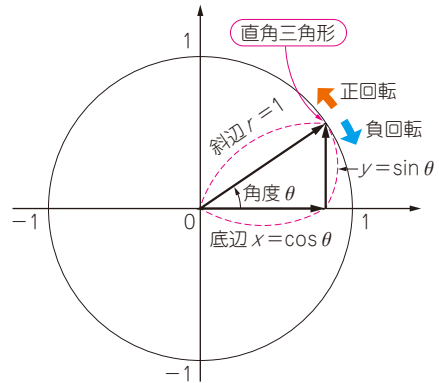


図2 三角関数の拡張

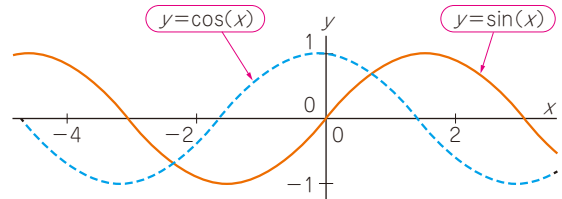


図3 三角関数は周波数や位相の違いによって異なる波形を描く

▶ 時間変化

斜辺 r を回転させる速度を考えます。1秒間に f 回転するとき、1回の回転で 2π ラジアン増えるので、 \sin 、 \cos を用いて、

$$\begin{aligned} x &= r \cos(2\pi ft + \phi) \\ y &= r \sin(2\pi ft + \phi) \end{aligned} \quad \text{.....(1)}$$

となります。位相 ϕ は $t=0$ のときの角度であり、 x が横方向、 y が高さ方向の座標に該当します。1秒間に回転する数 f を周波数と呼び、 f が大きくなると1秒間に角度の増える量が多くなるので、波の間隔が詰まってきます。また、 \cos に係る振幅 r を増減することで、拡大・縮小することができます。