信号処理は，音声，電波，脳波，画像，映像などを加工したり，必要な情報を抽出したりするために利用されており，現代社会において無くてはならない技術です．本章では，主に音を題材として，信号処理の基礎技術である，低域通過フィルタ，高域通過フィルタ，帯域通過フィルタから，FFTを用いたノイズ除去応用までを数式を交えながら解説します．本章では音を題材としていますが，処理対象は単なる信号列です．よって，同じく信号列に変換できる電波や脳波の処理技術として応用することが可能です．

2-1 低域通過フィルタ

川村 新

● 概要

入力信号をディジタル・フィルタに通し，低い周波数を抽出する処理です（**図1**）．**図2**（**a**）に示すように，低域通過フィルタ（ローパス・フィルタ，Low-pass Filter）は低い周波数を1倍，高い周波数を0倍にして通過させます．その境界ω_cは遮断角周波数と呼ばれます．ここで，**図2**（**b**）の横軸ωと実際の周波数F[Hz]は，サンプリング周波数をF_s[Hz]として，$\omega=2\pi F/F_s$の関係があります．例えば，$F_s=16$kHz，$F=2$kHzとすれば，$\omega=\pi/4$です．

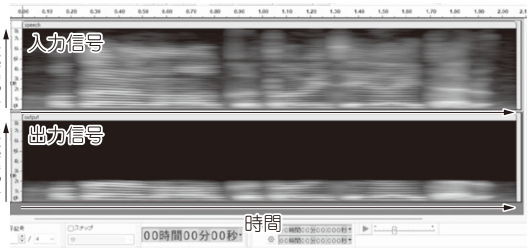


図1　実行結果のスペクトログラム（上段：入力信号．下段：出力信号）
遮断周波数F_cを2kHzに設定．出力信号の2kHz以上の帯域がカットされている

● 仕組み

時刻nにおける入力信号を$x(n)$とすると，フィルタの出力信号は，次式で計算されます．

$$y(n)=\sum_{m=0}^{M} h_m x(n-m) \cdots\cdots (1)$$

ここで，h_mはフィルタ係数であり，うまく設計することでさまざまなフィルタを実現できます．フィルタの周波数特性を$H(\omega)$とすると，h_mは次のようにして得られます．

$$h_m=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H(\omega)e^{j\omega m}d\omega \cdots\cdots (2)$$

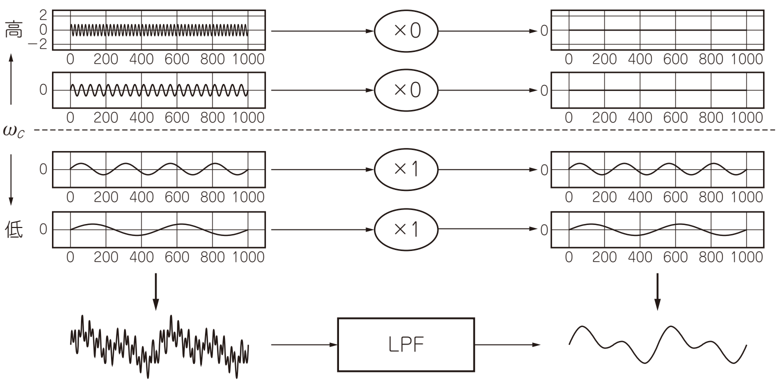
ここで，$j=\sqrt{(-1)}$です．低域通過フィルタを実現するために，**図2**（**b**）の周波数特性を$H(\omega)$としてみます．ただし，ディジタル・フィルタでは，$\omega=0$を中心に$H(\omega)$を偶対称にする必要があるので，

$$H(\omega)=\begin{cases}1, & |\omega|\leq\omega_c \\ 0, & \text{その他}\end{cases}$$

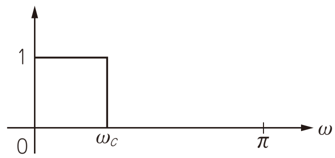
となることに注意します．具体的に計算すると，

$$h_m=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H(\omega)e^{j\omega m}d\omega=\frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_c}^{\omega_c} e^{j\omega m}d\omega$$
$$=\frac{1}{2\pi jm}(e^{j\omega_c m}-e^{-j\omega_c m})=\frac{\omega_c}{\pi}\frac{\sin(\omega_c m)}{\omega_c m} \cdots\cdots (3)$$

となります．ここで，$e^{\pm j\omega}=\cos(\omega)\pm j\sin(\omega)$の関



（**a**）合成波形に対する出力のイメージ



（**b**）LPFの周波数特性

図2　低域通過フィルタの動作