画像処理技術は、カメラの性能向上や画像編集技術の進化に伴い、その利用範囲や重要性がますます増しています。

画像処理の数学

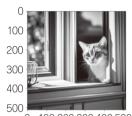
画像編集ソフトを使えば、専門知識や原理を知らなくても基本的な編集は可能ですが、本章では画像処理の基本から高度な手法まで、処理に利用されている数式を交えながら幅広く取り扱います。拡大・縮小・回転といった基本的な操作から、射影変換、アルファブレンディング、画像のぼかし、コーナー検出、直線検

出,判別分析法といった高度な技術まで,一通りの基本的な画像処理技術を紹介しています.また,画像の特徴を知るためのフーリエ変換などの手法についても,数学的な観点に触れながら解説しています.

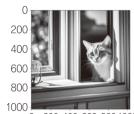
これらの手法は、例えばカメラを使った製品の欠陥 検査、ロボットの制御、顔認証、物体検出や分類、自 動運転車の開発や医療画像解析、エンターテインメン トの分野での応用など、多岐にわたる分野でさまざま な形で活用されています。

3-1 画像の拡大,縮小,回転,平行移動

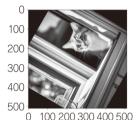
吉岡 隆宏、紺野 剛史



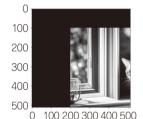
0 100 200 300 400 500 (a) 入力画像



0 200 400 600 800 1000 (b) 拡大画像(2倍に拡大)



(c) 回転画像(画像中心を軸に 60° 回転)



(d) 平行移動(横方向に200ピクセル縦方向に100ピクセル移動)

図1 画像の拡大、縮小、回転、平行移動(縦軸横軸はピクセル)

● 概要

入力した画像のサイズや形を変更する処理です(図1).

● 仕組み

画像の変形における数学的な処理は、元の画像の画素値をどこの座標の画素値に移動させるかという変換です。元の画像上のある位置(x, y)の画素が、変換後の画像では位置(x', y')に移動しているとき、変換式は行列Mを用いて基本的には次のように表すことができます。

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

▶拡大・縮小、回転の数学

変形の手段(拡大,縮小,回転)によって行列Mの

各要素の数値が変わります. 原点(0,0)を中心に変形する場合には次の数式を用います.

拡大・縮小 (f_x) は横方向の 拡大率, f_y は縦方向の拡大率) $M = \begin{pmatrix} f_x & 0 \\ 0 & f_y \end{pmatrix}$ 回転 $(\theta$ は回転角度) $M = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$

▶平行移動の数学

平行移動は、 t_x を横方向の移動量、 t_y を縦方向の移動量として、 $x'=x+t_x$ 、 $y'=y+t_y$ と表現できます。

▶画像処理の場合の変換式

画像処理の場合、必ずしも原点を中心に変形しないことがあります。例えば、画像の中央を中心として拡大させたり、回転させたりしたい場合です。このような場合、回転させたい中心が原点座標になるように画像をいったん移動させてから、目的の変形を施し、元の位置に戻すなどの手段を取ることもあります。

このような処理では計算が煩雑になることから,一度に行列式として計算させるため,行列の次元を1つ増やし,同次座標と呼ばれる形で表現する手法を取ることが多いです。同次座標を用いることで,拡大,縮小,回転,平行移動を行列式で表現できます.

拡大・縮小
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_x & 0 & 0 \\ 0 & f_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$
回転
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$

平行移動(txを横方向の移動量, tvを縦方向の移動量)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$

これらの処理(これをアフィン変換と呼ぶ)を連続 的に実施する場合には、拡大、縮小、回転、平行移動