

ご購入はこちら

無線通信の数学

松江 英明

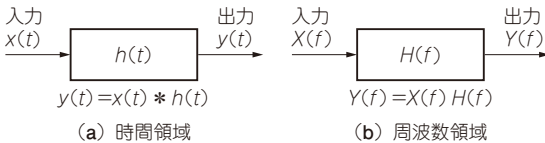


図1 線形系における時間領域と周波数領域の関係

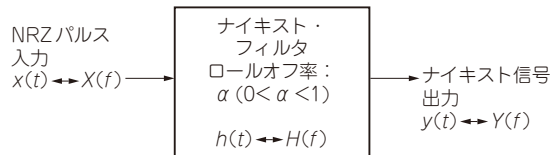


図2 ナイキスト・フィルタにおける出力信号

本稿では無線通信に関する基礎的な技術として、帯域制限フィルタ技術と変復調技術に使われる数学を解説します。

帯域制限フィルタ技術

信号伝送する場合、周波数有効例用の観点からできるだけ帯域の小さい信号にして伝送するために帯域制限フィルタが必要になります。特に、開かれた空間を利用する無線通信では必須の機能です。

● 制限の仕方によっては信号品質が落ちる

信号の帯域幅を制限するためには、ベースバンド帯においては低域通過フィルタ（ローパス・フィルタ，Low-pass Filter）を、また、搬送波帯においては帯域通過フィルタ（バンドパス・フィルタ，Band-pass Filter）を用いることで信号の帯域幅を制限することが可能となります。しかし、帯域を制限することで、時間軸において、特に、標本化時刻において、他の標本化時刻に干渉を与えてしまう（符号間干渉）ような帯域制限のやり方では、信号品質が大きく劣化してしまいます。そこで、信号帯域を制限しつつ、時間領域において標本化時刻に符号間干渉を与えない帯域制限フィルタとしてナイキスト・フィルタ（またはナイキスト・コサイン・ロールオフ・フィルタともいう）を用いて帯域制限する方法が一般的です。

● フィルタの特性

フィルタにおける入力信号、出力信号およびフィルタの特性との関係において、時間領域と周波数領域の間の関係性を整理します。図1に示すように、フィル

タなどの線形系では、周波数領域においては、入力信号スペクトル $X(f)$ と出力信号スペクトル $Y(f)$ 、系の特性である伝達関数 $H(f)$ との間には、

$$Y(f) = X(f) H(f) \dots\dots\dots(1)$$

の関係があります。すなわち、出力信号スペクトル $Y(f)$ は入力信号スペクトル $X(f)$ と系の伝達関数 $H(f)$ との積になります。

一方、時間領域では、入力信号 $x(t)$ 、出力信号 $y(t)$ 、フィルタのインパルス応答 $h(t)$ との間には、

$$y(t) = x(t) * h(t) \dots\dots\dots(2)$$

の関係があります。ここで、 $*$ は畳み込みを表します。すなわち、出力信号 $y(t)$ は入力信号 $x(t)$ と系のインパルス応答 $h(t)$ との畳み込みとなっています。

● ナイキスト・フィルタの入力信号と出力信号の特性を見る

ナイキスト・フィルタの時間領域および周波数領域における入力信号と出力信号の特性を説明します。

図2に示すように、NRZ (Non Return to Zero) パルス信号を入力して、出力信号として、ナイキスト信号の時間軸表現 $y(t)$ と周波数軸表現 $y(f)$ は以下で示されます（詳細は参考文献参照）。

$$y(t) = \frac{\sin\left(\frac{\pi t}{T}\right) \cos\left(\frac{\alpha \pi t}{T}\right)}{\left(\frac{\pi t}{T}\right) 1 - \left(\frac{2\alpha t}{T}\right)^2} \dots\dots\dots(3)$$