

畳み込み演算

宮田 賢一

● 線形代数との関係

畳み込み演算(コンボリューションとも言う)とは、2つの関数 f と g に対する数学的な操作です。具体的には、関数 g を平行移動しながら関数 f に重ね合わせることにより、新たな関数を生成する演算です。畳み込み演算は単に数学的な処理というだけではなく、信号処理や画像処理など工学的な応用としても使

われる重要な処理でもあります。

畳み込み演算の対象となる関数は連続的、離散的のどちらに対しても定義できますが、本記事では工学的な応用で使われることの多い離散的な関数について掘り下げるものとします。また記述を簡単にするために、以降では畳み込み演算を単に畳み込みと呼びます。

5-1 畳み込み演算の基礎知識

● 概念

畳み込みには2つの関数(またはデータ)を使います。これらの2つの関数間に特別な意味付けはされていませんが、実用上では区別することが多いです。そこで本稿では次のように関数の意味を区別します。

- 入力データ：畳み込みを適用する関数またはデータ(時系列データ、画像データなど)
- フィルタ：入力データに対して重ね合わせる関数またはデータ
- 出力データ：入力データとフィルタを畳み込むことによって得られた関数またはデータ

畳み込みの概念を図1に示します。畳み込みの基本的な考え方は、入力データの一部分に対してフィルタを適用し、部分ごとに求めた結果を1つにまとめて出力データにするというものです。

「フィルタを適用する」とは、入力データを一定の規則に従って加工する意味の他に、入力に対する特徴を求めていると言い換えることもできます。フィルタで行える処理としては、次のような例が挙げられます。

- ある点を中心とした平均値を求める
- 画像内のオブジェクトを認識する
- 画像のノイズを除去する
- 画像に含まれる図形的な特徴を求める

畳み込みを適用するデータは時系列データのような1次元のものだけではなく、画像のような2次元デー

タも扱えます。

● 畳み込みの数式

畳み込みの数式的な定義を示します。説明を簡単にするため、1次元データの畳み込みを考えます。

畳み込みの対象とする2つの関数を x 、 h とし、畳み込みを $x * h$ という演算子で表すものとする、畳み込みは次の式で定義されます。

$$(x * h)(n) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x(n-i)h(i) \dots \dots \dots (1)$$

ここで x 、 y 、 h を離散的な関数、 a 、 b をスカラ値とし、読みやすさのために各離散データの添字部分(n)は省略するものとする、次式が導けます。

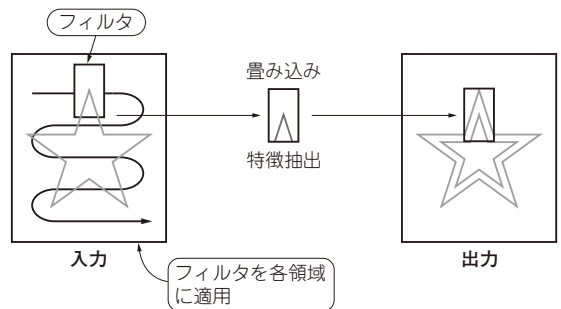


図1 畳み込み演算の概念