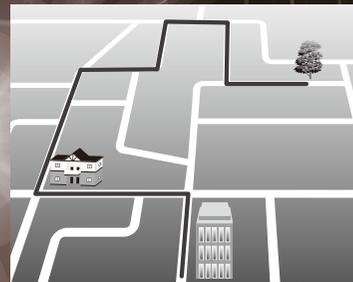


身の回りにある現象や問題をモデル化して解く

数理最適化 プログラミング



第5回 生物の進化をヒントに最適化問題を解く

牧野 浩二

本連載では、現実の問題を数理モデルに当てはめ、数多くの選択肢の中から最も望ましい組み合わせを見つけ出す数理最適化問題を扱います。

● 数理最適化は役に立つ

数理モデルとは、私たちの身の回りにある現象や問題を数式やアルゴリズム(数理モデル)に置き換えたものです。例えば、人間は地図を見て、何となくこの経路が近そうだと俯瞰しながら考えることができますが、プログラムはそういったことは苦手です。プログラムで解くためには、全ての経路の組み合わせを比較して最も短い経路を探す処理を考える必要があります。数理最適化とは最適な答え(この例では最短経路)を数学的またはアルゴリズムを活用して見つけ出す手法です。

● 遺伝的アルゴリズムとは

遺伝的アルゴリズムは、前回のアントコロニー最適化と同じで、メタヒューリスティック探索と呼ばれる手法の1つです。これは遺伝子の交配と突然変異を繰り返すことで、環境に適応した個体が残る生物の特徴をうまく利用して、数値最適化な解を求めるものです(図1)。

遺伝的アルゴリズムの仕組み

遺伝的アルゴリズムでは問題を遺伝子になぞられた0と1からなる数字の列に置き換えます。どのように問題を0と1に置き換えるかを、ナップザック問題を例に説明します。

ナップザック問題とは重さと価値がそれぞれ決まっている数種類(ここでは8種類)の品物を合計重量が決まった重さ以下にしながら、価値が最も高くなる組み合わせを選ぶ問題です。一見簡単そうに見えますが、例えば品物が100種類のように多くなるととても難しくなり、さらに数が増えると最新の大型コンピュータでも厳密に解くことが難しい問題です。

● 今回扱う例

ここでは、商品名:(重さ, 価値)のように表した、以下の8種類の商品を対象とします。

$A : (8, 7), B : (7, 13), C : (6, 6), D : (5, 10),$
 $E : (4, 5), F : (3, 8), G : (2, 12), H : (1, 4)$

なお、以下の説明では商品名を i 、重さを w_i 、価値を v_i と表します。ここでは合計重量の制限を10として、最大の価値になりそうな組み合わせを考えてみます。例えば、商品 B と G と H の3つを選んだ場合、重さは $10 (= 7 + 2 + 1)$ 、価値は $29 (= 13 + 12 + 4)$ となります。最大になりそうですが、実はもっと良い組み合わせがあります。

図1のように商品を購入する場合は1、しない場合は0とすることで、8ビットの遺伝子で表すことができます。01000011は商品 B と G と H の3つを選んでいきます。遺伝的アルゴリズムでは最初に、情報が異なる遺伝子を設定した数だけ生成します。

● 重さと価値の計算式

先に設定した遺伝子に従って重さと価値を計算します。それぞれ次の式で表すことができます。

$$W_i = \sum_{i \in X} w_i x_i, \quad V_i = \sum_{i \in X} v_i x_i$$

なお、 X は個体の集合を表し、 $X = \{x_A, x_B, \dots, x_H\}$ です。それぞれの要素は遺伝子の0と1をであり、左から $x_A, x_B, x_C, \dots, x_H$ とします。01000011の場合 x_A は0、 x_B は1といった具合です。

● まず2つの遺伝子を選ぶ

重さが規定以内でかつ価値が高い遺伝子が選ばれやすくなる方法で、2つの遺伝子を選びます。選び方はいくつか提案されています。ルーレット選択は最もよく用いられる選択方式であり、個体 i が選択される確率 p_i は次の数式で得ることができます。

$$p_i = \frac{v_i}{\sum_{i \in X} v_i}$$

その他によく用いられるのはトーナメント選択で

