ご購入はこちら

ダウンロード・データあります

第3章 倒立振子のゲイン導出からシステム定義，安定性評価，ロバスト性考慮まで

PythonでPID制御設計を一通り体験する

廣川 類

本章では，倒立振子について，産業界でよく使われているPID制御の設計から安全性評価まで解説します．PID制御器のゲイン設定には，前章で用いた極配置法を用いますが，目標とする極配置を求めるためには試行錯誤が必要となります．本稿では，特性方程式の係数を図示して評価する「係数図法」と呼ばれるユニークな設計法を用いて，安定で良好な応答性を有するシステムを設計します．

PID制御で倒立振子

● PID制御と代数方程式

最適レギュレータやカルマン・フィルタが1960年以降に提案され，現代制御として広まったのに対して，1910年から1950年代にかけて，PID (Proportional Intergral Derivative) 制御に関するさまざまな手法が確立され，応用されました．PID制御は，今日，古典制御と呼ばれていますが，産業プロセスへの応用事例の90%以上を占めていると言われており，広く使われています．航空宇宙分野においても，仕組みが比較的簡単で，設計に関する経験やノウハウが蓄積されているPID制御が多く応用されています．

PID制御器の伝達関数$G_c(s)$は次のように定義されます．

$$G_c(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s = \frac{k_d s^2 + k_p s + k_i}{s}$$

sはラプラス演算子で，k_p，k_i，k_dはそれぞれ比例ゲイン，積分ゲイン，微分ゲインです．

全てのゲインを利用することは必要ではなく，例えば比例項と積分項のみを用いるPI制御，比例項と微分項のみを用いるPD制御なども利用されています．人工衛星の姿勢制御系では，PD制御が主に利用されています．これは，操作量（スラスタやモーメンタム・ホイールなど）uから姿勢角ϕまでのダイナミクスが2重積分の形となっており，システムが既に2重の積分特性を有しているためです[注1]．

$$\frac{\phi}{u} = \frac{K}{s^2}$$

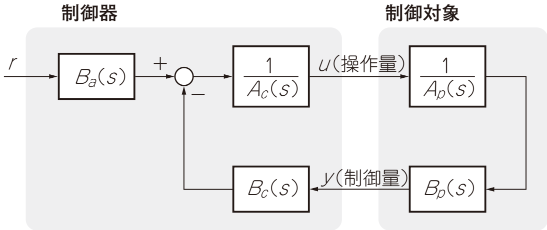

図1 伝達関数多項式による制御系の表現

Kはシステムのゲインを表します．例えば衛星の慣性モーメントやスラスタ推力の大きさなどから決まります．

一方，倒立振子の操作量uから制御量y（台車の位置p，棒の角度θ）までの伝達関数は次のようになります．

$$\frac{p}{u} = \frac{0.98s^2 - 14.34}{s^4 - 15.78s^2}, \quad \frac{\theta}{u} = \frac{-1.46s^2}{s^4 - 15.78s^2}$$

人工衛星のダイナミクスと同様に2重の積分特性を有しており，PD制御を適用することにします．

PID制御器のゲインの決定には，モデル・マッチング法が利用されます．極配置の目標や規範系を利用して，特性方程式（または固有方程式）の目標を指定することで，代数的にゲインを求めることができます．ただし，ロバスト性を有する制御系を設計するためには，制御対象の特性を理解した上で，試行錯誤が必要となります．

● 代数的手法に基づく設計法…係数図法

ここでは，特性多項式の係数に着目する代数的な設計手法として係数図法（Coefficient Diagram

注1：PID制御では，設定値と制御量の差（偏差e）に対して，eの値，eの積分値，eの微分値にゲインを乗じて操作量を生成する．それぞれのゲインを比例ゲイン，積分ゲイン，微分ゲインと呼ぶ．積分項があるとステップ状の外乱に対して偏差をゼロに制御することができる．なお，ダイナミクスに積分項が含まれている場合には，積分動作がすでに存在するため，積分ゲインは不要．