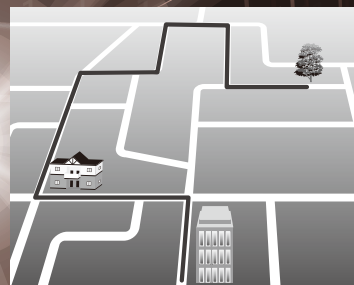


身の回りにある現象や問題をモデル化して解く

数理最適化 プログラミング



第6回 数理最適化問題を手軽に試せるライブラリ「PuLP」

牧野 浩二

本連載では、現実の問題を数理モデルに当てはめ、数多くの選択肢の中から最も望ましい組み合わせを見つけ出す数理最適化問題を扱います。

● 数理最適化は役立つ

数理最適化とは最適な答えを数学的またはアルゴリズム（数理モデル）を活用して見つけ出す手法です。数理最適化はさまざまな問題に適用できることをこの連載では示してきました。例を次に示します。

- 数種類の材料が倉庫にあり、幾つかの工場があるとき、どれをどこにどれだけ送れば輸送コストが最小になるのか
- 数種類のプロジェクトがあり、それぞれに費用が計上されている場合、どれにどれだけ配分すると効果が最大になるのか

数理最適化問題の解き方の1つ 「定式化」

式を立てて数理最適化問題を解く場合、変数、目的関数、制約条件の3つの要素で問題を表します。これを定式化と言います。以下に、3種類の材料から、異なる5つのものを作る問題を例にして、この3つの要素を説明します。

▶変数

数理最適化の変数とは対象とする問題で求めるべき値となります。この5つのものをどのくらい作るのかに相当します。

▶目的関数

目的とする値を計算するための関数となります。売値が異なる5つのものを作ったとき、合計の売り上げを求める関数となります。たくさん売り上げを得るためにはたくさん売りたいですね。

▶制約条件

3種類の材料が必要ですが、使用できる全体の量が決まっていたとします。これは、在庫として持っている量になります。ものを作るときには在庫量を超えて作ることはできないので、制約条件となります。これはたいいていの場合、不等式で与えられます。

数理最適化問題は定式化できる問題が幾つもあり、その問題に対してはPythonで解くためのライブラリが用意されています。今回はPuLPライブラリを用いて解く方法を紹介します。

例題1：利益が最大になるよう あんこ餅とお汁粉の製造数を求める

今回は次の問題を用意しました。

問題

あんこ餅とお汁粉をそれぞれ500円と400円で売ることになります。あんこ餅を作るにはお餅が100g、あんこが80g必要です。お汁粉を作るにはお餅が50g、あんこが100g必要です。お餅は20kg、あんこは30kg用意しました。

あんこ餅とお汁粉をそれぞれ幾つ用意すると収益が最大となるでしょうか。ただし、問題を簡単にするため、作った数は全部売れるとします。

直感的に解くにはけっこう難しい問題です。与えられた条件からこの問題を解く式を作ります。具体的には、変数、目的関数、制約条件を設定します。

● 定式化

▶①変数

あんこ餅とお汁粉をそれぞれ用意する数として、 x 個と y 杯とします。

▶②目的関数

数理最適化では目的関数というものが必要となります。これは500円のあんこ餅が x 個、400円のお汁粉が y 杯売れるので次となります。

$$500x + 400y$$

従って、上記の式の値が最大になる x と y を求める問題であると分かります。

▶③制約条件

用意したお餅とあんこの量を超えて作ることはできません。従って、前項の②で設定した式には制約条件が必要となります。そのため、それぞれを作るのに必要な重量を足し合わせて用意した量以下とならなければならないので、次の式として設定できます。

