第5章 回転運動と振り子のシミュレーションで エネルギーが一定に保たれることを確認する

力学的エネルギー保存則を Simulink モデルで試す

新井 正敏

本章では，前章で導出した回転運動における力学的エネルギー保存則を確認するために，回転運動のSimulinkモデルを作成し，SILSによる動作確認を行います．

最終的には，振り子を具体例として取り上げ，回転運動と位置座標を組み合わせて記述することで，力学的エネルギーが一定に保たれることを示します．これにより，力学的エネルギー保存則の意味を，数式と物理現象の両面から理解することを目標とします．

なお，エネルギーは直接目で見ることのできない量です．そこで本章では，モデルベース開発の利点を生かし，シミュレーション結果をグラフや可視化表現として示すことで，エネルギーの概念に対する理解をより深めていきます

5-1 回転運動における力学的エネルギー保存則を確認する

ステップ①…回転運動の微分方程式の導出

ここでは，平面内での回転運動を対象として，物理現象のモデル化を行います．

まず，回転運動に関する前提条件を整理し，そこから微分方程式を導出します．

● 回転運動の前提条件

図1のように，長さ(半径) l [m] の糸の先に，質量 m [kg] の小球が取り付けられているものとします．小球には，回転方向(接線方向)に外力 $F_\theta(t)$ [N] が作用します．

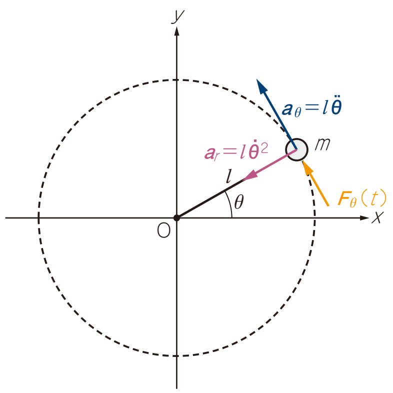

図1 円運動の加速度 a と外力 F の関係
長さ(半径) l [m] の糸の先に，質量 m [kg] の小球が取り付けられている

小球は x-y 平面内で回転運動しているものとし，重力による運動への影響はここでは考えません．また，運動は平面内に拘束されているものとします．

角度を θ [rad] とし，x-y 平面内で左回り(反時計回り)を正と定義します．

● 回転運動の微分方程式の導出

第4章 式(38)で導出したように，接線方向の運動に着目すると，回転運動の微分方程式は，次式で表されます．

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{l\,m} F_\theta(t) \quad \cdots\cdots (1)$$

半径方向には向心力 $T = ma_r$ が常に作用しています．この力は速度の向き(接線方向)と常に直交しています．そのため，半径方向の力による仕事は次式となり，エネルギーの増減には寄与しません．

$$T \cdot \dot{s}(t) = 0 \quad \cdots\cdots (2)$$

この結果，半径方向についての独立した微分方程式は存在せず，回転運動は式(1)によって完全に記述されます．