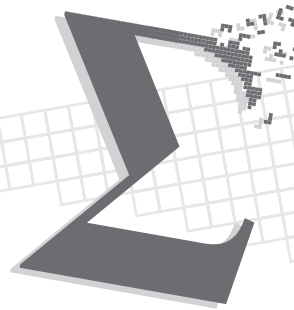


やり直しのための 伝送数学



三谷 政昭

第7回の今回は、雑音の取り扱い方(白色雑音, ガウス雑音), それが有線や無線通信にどのような影響を与えるのかを解き明かしていく。同時に、雑音によるデジタル伝送誤り(ビット・エラー)を定量的に評価する手順について言及する。(編集部)

第7回 雑音とビット・エラー率(BER)

前回(2010年2月号, pp.138-147)は、デジタル通信における同期とエラーが発生する状態をビジュアル化するアイ・パターンに基づき、伝送ひずみの評価基準について説明した。

今回は、雑音による伝送エラーを定量的に評価する手法を紹介する。特に白色ガウス雑音に対するデジタル伝送時の識別判定誤りの確率的な振る舞いを理論的に算出するテクニックを取り上げて、ビット・エラー率(Bit Error Rate, BERと略記)の求め方を解説する。

1. 雑音の取り扱い方

デジタル通信における効率性(ビット・エラーの最小化)の議論をする際に、必ずといってよいほどクローズアップされる最大のテーマが、多様な雑音(必要な信号とは無関係に発生する不要な波形)との戦いである。

ところで、雑音と聞いて思いつくものには、スイッチをON/OFFするときのプチッという音や、テレビを点けっぱなしにして放送が終了したときのザーザーという音や映像がある。一般的には、雑音は信号の大きさが不規則に変化する波形として定義される。このような不規則な変化をする信号は、時間の関数として解析的に数式で表現することは難しいし、また周波数スペクトルも求めにくい。

たとえば、あらゆる周波数成分を同じだけ含む信号 $n(t)$ は「白色雑音(white noise)」といわれる代表的な雑音の一つであるが、その周波数スペクトル $N(f)$ が周波数 f [Hz]に無関係ということで、単純に、

$$N(f) = 1 \dots\dots\dots (1)$$

とするわけにはいかない(図7.1)。これはデルタ波形 $\delta(t)$ の周波数スペクトルで、位相がすべての周波数に対してそ

ろっているため雑音にはならない。

デルタ波形を雑音にするためには、

$$N(f) = N_R(f) + jN_I(f) \dots\dots\dots (2)$$

ただし、 $N_R(f)$: $N(f)$ の実数部

$N_I(f)$: $N(f)$ の虚数部

と表したときに、位相を周波数 f に対して不規則に変化させればよい。すなわち、 $N_R(f)$ も $N_I(f)$ も周波数 f に対して不規則な変化をさせて、

$$\{N_R(f)\}^2 + \{N_I(f)\}^2 = |N(f)|^2 = 1 \dots\dots\dots (3)$$

とすれば、すべての周波数成分は一定であると同時に、位相が周波数 f に対して不規則に変化することにより、時間波形の信号値が不規則な雑音を得られるのである(図7.2)。

したがって、白色雑音の周波数スペクトルは不規則な位相は問題にせず、式(3)のように周波数 f に対する成分の2乗だけに注目し、微小な周波数帯域 Δf 中に含まれる周波数スペクトルの電力 $\{N(f)\}^2 \Delta f$ を考察することにする。ここでいう電力とは、雑音 $n(t)$ を電流波形と見なして1[Ω]の抵抗で消費する電力という意味に解釈してよいが、不規則に正にも負にもなる雑音波形を2乗して常に正の値にして評価すると考える。すなわち雑音 $n(t)$ が電流や電圧でない場合でも $n^2(t)$ を単に「電力」と呼ぶ。

以上の説明をもう一度注意深く読み返してもらうと、

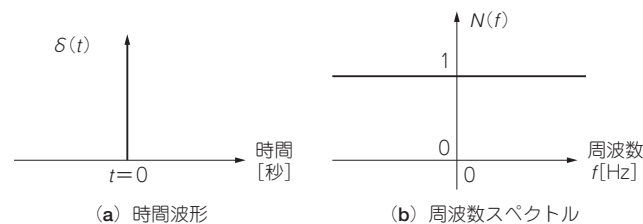


図7.1 デルタ波形 $\delta(t)$ は白色雑音かなあ?