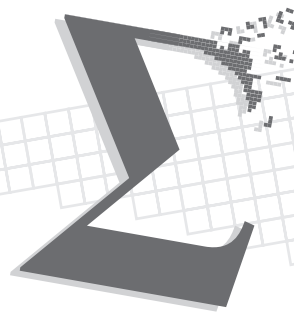


# やり直しのための 伝送数学



三谷 政昭

第11回目の今回は、デジタル直交変調/復調として位相変調(PSK)や直交振幅変調(QAM)を取り上げ、数式表現と信号処理の物理的な解釈を結び付けると同時に、基本システム構成を示す。特に、直交振幅変調については、デジタル処理による変調/復調の仕組みや信号波形を、パソコンによる信号処理シミュレーションでビジュアル化する。  
(筆者)

## 第11回 デジタル直交変調/復調の基本システム構成

前回(2010年6月号, pp.196-203)は、複素ベクトルの極座標表示に基づき、デジタル変調のシンボルに対する信号配置が星座(コンスタレーション)のように表されることを示し、星座の意味するところを解説した。

今回は、位相変調(QPSK)や直交振幅変調(QAM; Quadrature Amplitude Modulation)に代表されるデジタル直交変調/復調にフォーカスし、数式表現とともに基本システム構成についてわかりやすく説明する。その際、パソコンによる直交振幅変調/変調シミュレーションを体験してもらう。

### 1. デジタル直交変調の数式表現と基本システム構成

デジタル直交変調の基本は、二つの搬送波(cos波, sin波), すなわち,

$$\Psi^{(c)}(t) = \cos(2\pi f_c t) \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\Psi^{(s)}(t) = \sin(2\pi f_c t) \quad \dots\dots\dots (2)$$

による直交変調であることを思い起こしてもらいたい。つまり、'0'と'1'のデジタル情報 $I(t)$ ,  $Q(t)$ に対する信号波をそれぞれ $B^{(c)}(t)$ ,  $B^{(s)}(t)$ とすると、cos波とsin波で同時に振幅変調して合成(加算)した波形 $D(t)$ は、

$$D(t) = B^{(c)}(t)\Psi^{(c)}(t) - B^{(s)}(t)\Psi^{(s)}(t) \\ = B^{(c)}(t)\cos(2\pi f_c t) - B^{(s)}(t)\sin(2\pi f_c t) \quad \dots\dots\dots (3)$$

で表される。ここで、 $\cos(2\pi f_c t)$ を1に、 $\sin(2\pi f_c t)$ を(-j)に対応づけて、式(3)のIQ平面における複素表示を、

$$D(t) = B^{(c)}(t) + jB^{(s)}(t) \quad \dots\dots\dots (4)$$

と定義し、信号シンボルのコンスタレーションを示した[図1, 詳細は前回(2010年6月号)を参照]。

さて、今回は説明の便宜上、一般性を損なうことなく、

直交変調波形の数式表現を、

$$\tilde{D}(t) = B^{(c)}(t)\Psi^{(c)}(t) + B^{(s)}(t)\Psi^{(s)}(t) \\ = B^{(c)}(t)\cos(2\pi f_c t) + B^{(s)}(t)\sin(2\pi f_c t) \quad \dots\dots\dots (5)$$

で表して、以下の説明を進めることにしよう。そうするとコンスタレーション, すなわちIQ平面における複素表示は、

$$\tilde{D}(t) = B^{(c)}(t) - jB^{(s)}(t) \quad \dots\dots\dots (6)$$

となるので、デジタル変調の基本システム構成と合わせて図2に示す。なお、式(3)と式(4)の場合は、sin波による振幅変調の搬送波 $\Psi^{(s)}(t)$ を式(2)の符号反転したものととして、 $-\sin(2\pi f_c t)$ と見なして考えればよい。

このとき、式(3)および式(5)はそれぞれ、

$$D(t) = \sqrt{\{B^{(c)}(t)\}^2 + \{B^{(s)}(t)\}^2} \cos\left[2\pi f_c t + \tan^{-1}\left\{\frac{B^{(s)}(t)}{B^{(c)}(t)}\right\}\right] \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\tilde{D}(t) = \sqrt{\{B^{(c)}(t)\}^2 + \{B^{(s)}(t)\}^2} \cos\left[2\pi f_c t - \tan^{-1}\left\{\frac{B^{(s)}(t)}{B^{(c)}(t)}\right\}\right] \quad \dots\dots\dots (8)$$

となるので、I相のcos波成分 $[\cos(2\pi f_c t)]$ に対する位相の

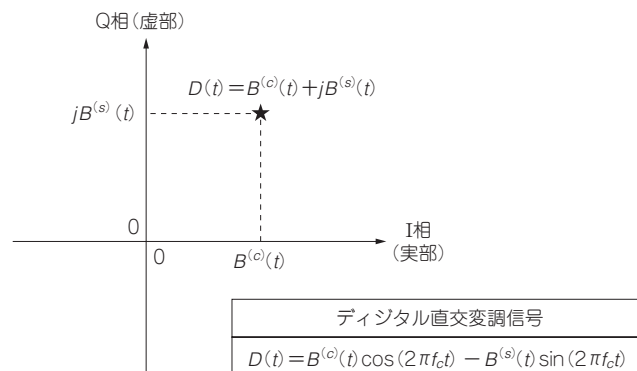


図1 デジタル直交変調信号のコンスタレーション