

やり直しのための 伝送数学



三谷 政昭

連載第12回の今回は、位相変調(PSK)や直交振幅変調(QAM)に代表されるデジタル変復調における符号伝送能力として、雑音に対する強さ(耐性)を取り上げ、定量的評価の計算手法を中心に説明する。評価パラメータは、二つの誤り率としてBER(Bit Error Rate; ビット・エラー率)とSER(Symbol Error Rate; シンボル・エラー率)を取り上げ、各種デジタル変復調方式に対する計算プロセスを詳述する。
(編集部)

第12回 デジタル直交変調/復調における誤り率の定量的評価

前回(2010年7月号, pp.141-150)は、PSKやQAMを例に、デジタル変復調プロセスの数式表現と物理的な解釈を結び付けると同時に、基本システム構成を示した。

今回は、デジタル変復調における符号伝送能力について、BERとSERを評価基準にとり、雑音に対する耐性(エラーの発生しにくさ)を調べる。ここで、BERとSERの関係はビット情報系列('1'と'0'のパターン・データ)と多値変調信号との対応に依存し、一意的には定められないが、SERはBERの上限を与えるものである。かなり手強い内容かもしれないが、じっくりと読み進めてもらいたい。

1. ガウス分布におけるBER計算のための基本関数

本論に入る前に、BER計算において頻繁に出現する基本

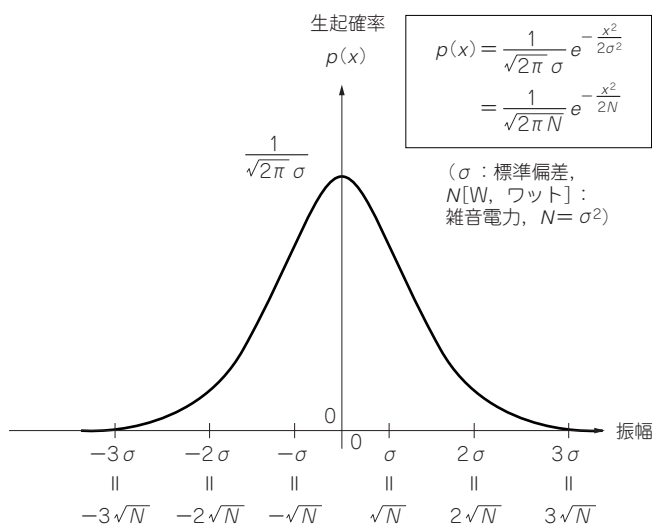


図1 確率密度関数(ガウス分布)

関数を説明しておこう。

まず、雑音が加わった受信信号(変調信号)を同期検波したときの振幅方向における雑音の生起確率は、図1に示す確率密度関数(ガウス分布, 第7回「雑音とビット・エラー率(BER)」, 2010年3月号, pp.173-181を参照)で表される。

たとえば、ビット'1'を電圧+2[V], '0'を電圧-2[V]に対応させたデジタル・データ信号を考える。このビット'1'と'0'について、白色ガウス雑音を加算されたベースバンド信号を適切なシンボル・ポイントでサンプリングした信号電圧(横軸)と、その生起確率(縦軸)の関係をグラフにまとめたもの(ヒストグラム)として図2が得られる。雑音によるベースバンド信号のシンボル・ポイントでの信号電圧の揺らぎ(バラツキ)を見ているわけで、生起確率が最大になる曲線グラフの頂点はベースバンド信号電圧の'1'の+2[V], '0'の電圧-2[V]になる。この±2[V]を中心として、信号電圧値がガウス分布で変動する。

そこで、図2において、ビット'1'の電圧である+2[V]を中心とする曲線のみを取り出して図3に示す。

いま、スレッシュホールド電圧(判定レベル) E を0[V]だと仮定すると、図3のアミカケ部分は負電圧でスレッシュホールド電圧を超えており、本来'1'であるべきものがビット'0'と誤って判定されることになり、ビット・エラーが発生する。

よって、図3の曲線が信号電圧の生起確率の分布曲線なので、アミカケ部分の面積が、「'1'であるべきものをビット'0'と復号してしまう」、すなわち「デジタル・データ伝送時にビット・エラーが発生してしまう」状態を表すことになるわけである。

このとき、アミカケ部分の面積を算出するときに重宝す