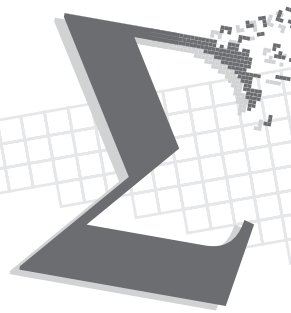


やり直しのための 伝送数学



三谷 政昭

連載第16回の今回は、OFDM方式のマルチ・キャリア変調/復調の考え方をつまびらかにする。最初に、OFDM変調/復調プロセスの一般的な数式表現を示して、直交周波数による信号表現とその物理的な意味、およびOFDM信号の周波数スペクトルの特長について説明する。

(編集部)

第16回 OFDM変調/復調の一般化と信号スペクトル

前回(2011年1月号, pp.158-166)は、OFDM(直交周波数分割多重)方式を取り上げた。基本原理であるIDFT(逆離散フーリエ変換)による変調、およびDFT(離散フーリエ変換)による復調プロセスの基本としての数式表現をもとに、簡単な数値例を示して、OFDMもどきの信号処理の流れを味わっていただいたつもりである。

今回は、本格的にOFDM変調/復調プロセスを一般化することから始め、直交周波数による信号表現とその物理的な意味を説き明かし、OFDM信号の持つ周波数スペクトルについて解説する。特に、直交する多数の搬送波(マルチ・キャリア)のデジタル変調によって多重化されたOFDM信号の生成、さらに復元するための巧みな信号処理の様子を紹介する。

1. OFDM変調とマルチ・キャリア信号

前回の復習事項ではあるが、 N 個のサブ・チャネルを有する複素ベース・バンドOFDM信号 $x(t)$ は、フーリエ級数展開形式として次式で表される。

$$x(t) = \sum_{\ell=0}^{N-1} X_{\ell} e^{j2\pi f_{\ell} t} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、フーリエ係数 $\{X_{\ell} = I_{\ell} + jQ_{\ell}\}_{\ell=0}^{\ell=N-1}$ は複素数であり、実数部 $\{I_{\ell}\}_{\ell=0}^{\ell=N-1}$ は N 個のI信号、虚数部 $\{Q_{\ell}\}_{\ell=0}^{\ell=N-1}$ は N 個のQ信号に相当し、添え字 ℓ は基本周波数 f_s [Hz]の倍数(高調波成分)を意味する。なお、 f_s はシンボル・レートで単位は[シンボル/秒]で表し(symbol per secondの意味で、spsと略記すること多い)、1シンボル長は $T_s = 1/f_s$ [秒]となる。

また、各サブ・チャネルの基底波形 $\psi^{(\ell)}(t) = e^{j2\pi f_{\ell} t}$ を基

本区間 $T = T_s/N$ [秒]ごとにサンプリングしたデジタル信号 $\{\psi^{(\ell)}\}_{\ell=0}^{\ell=N-1}$ は、

$$\psi^{(\ell)} = \{\psi^{(0)}, \psi^{(1)}(T), \psi^{(2)}(2T), \dots, \psi^{(N-1)}((N-1)T)\} \dots\dots\dots (2)$$

であり、 $t = kT$ を代入し、 $T_s = 1/f_s$ を考慮すれば、

$$\begin{aligned} \psi^{(\ell)}(kT) &= e^{j2\pi f_{\ell} (kT)} = e^{j2\pi f_{\ell} (kT_s/N)} \\ &= e^{j2\pi f_{\ell} (k/Nf_s)} = e^{j2\pi k\ell/N} = \left(e^{j2\pi/N}\right)^{k\ell} \end{aligned}$$

と表される。そこで、 $W = e^{-j2\pi/N}$ と置くことにより、 $\psi^{(\ell)}$ の簡略表現として、

$$\psi^{(\ell)} = \{1, W^{-\ell}, W^{-2\ell}, \dots, W^{-(N-1)\ell}\} \dots\dots\dots (3)$$

と複素ベクトル表現が導かれる。このとき、 N 個のデジタル信号ベクトル $\{\psi^{(\ell)}\}_{\ell=0}^{\ell=N-1}$ は直交性を有しており、OFDM方式の土台を構築するための最も重要な性質(直交周波数による信号表現)に位置づけることができる([例題16.1]を参照)。

さらに、式(1)の複素ベース・バンドOFDM信号に、周波数 f_c [Hz]の搬送波を掛け合わせて周波数変換を行う。このとき、搬送波で変調した信号 $s(t)$ は、

$$\begin{aligned} s(t) &= x(t) e^{j2\pi f_c t} \\ &= \left\{ \sum_{\ell=0}^{N-1} X_{\ell} e^{j2\pi f_{\ell} t} \right\} e^{j2\pi f_c t} \\ &= \sum_{\ell=0}^{N-1} X_{\ell} e^{j2\pi (f_c + f_{\ell}) t} \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

と表される。こうして生成される搬送帯域OFDM複素信号は、キャリア間隔 f_s [Hz]の N 個の周波数 $\{f_c + f_{\ell}\}_{\ell=0}^{\ell=N-1}$ を有することが読み取れるので、マルチ・キャリア変調信号と呼ばれる。つまり、式(1)のフーリエ級数展開に基づき、デジタル情報を直交周波数に分割して多チャネルの