やり直しのための 伝送数学

三谷 政昭

連載第27回の今回は，再帰原理に基づく繰り返し復号アルゴリズムを紹介し，代表的なターボ符号における繰り返し復号の基本的な考え方および数学的な取り扱いについて，そのメカニズムや計算処理を中心に解説する．（編集部）

第27回 OFDMシステムの受信性能向上技術（その7） 再帰原理に基づく繰り返し復号とターボ符号

前回（2012年6月号，pp.157-165）は，ビタビ復号の性能を高める手法として，シンボル単位で尤度関数を最大化するMAP復号アルゴリズムについて説明した．

今回は，ターボ符号に類似する2次元積符号を例に，符号生成と繰り返し復号における基本として，具体的な計算式を導出する．特に，情報系列とそれを並び替えた（インタリーブした）系列に行方向と列方向の2次元パリティを付加する符号化処理と，それぞれのパリティに対応した復号を他方の復号結果を利用しながら繰り返し行う再帰原理による復号化処理について解説する．数式表現に頼らざるを得ないこともあり，かなり難解という印象はあるだろうが，我慢強く読み進めてもらいたい（次回の表計算ソフトExcelによる数値処理を期待してほしいところ，といった感じかな？）．

1．ターボ符号は誤り訂正符号の一つ

ターボ符号は，情報理論の限界（シャノン限界）に近い通信を実現する誤り訂正符号であり，1993年にフランスのBerrouらによって最初に提案された．その最大の特徴は，再帰原理による繰り返し符号/復号にある．

さて，畳み込み符号に対して用いられるビタビ・アルゴリズムは，ML（最尤（さいゆう））復号であり，最もありそうな送信データ系列（トレリス線図の送信から受信に至る一筆書きした道筋，すなわちパス）を探し出そうとするものであった．しかしながら，ビタビ復号の途中で誤りが含まれると，最もありそうなパスと誤り率を最小とするデータ系列とは異なる場合が発生し，誤り率の高い復号になってしまう（最尤パスにならない）こともある（第26回，［例題26.1］を参照）．

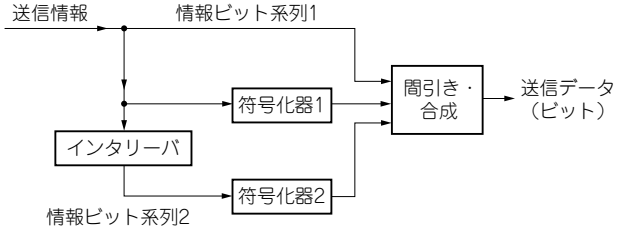

図1 ターボ符号の符号化の基本構成

また，データ通信におけるシャノン限界に近づけるには，データの復号誤り率を下げるようなアルゴリズムが必要である．そのためには，通信路の状態に依存しにくい最尤パスを探し出す手段としての復号アルゴリズムが求められるわけで，直感的には「送信情報に対するビット系列をできるだけ広範囲の送信データとしてばら撒いて，ランダム化」することが求められる．まあ，へたな鉄砲も数打ちゃ当たるの理屈だといえようか．

さらに，復号誤り率を下げるには，「ほとんど統計的相関がない複数の符号化を組み合わせる」ことも有効である．具体的には，インタリーバを利用して，一つの送信情報から相互相関がほとんどない二つの異なる情報ビット系列1，2を得て，各系列を別々の簡易な符号化器につなぎ，得られる二つの符号系列を間引き・合成処理して送信データとする（**図1**）．間引き・合成処理とは，二つの符号化器からの出力の一部のみを利用して，情報ビット系列と合わせることを指す．

このとき，相関のほとんどない二つの情報ビット系列に対して符号化を同時に行って，同じ通信路に通すと，通信路雑音による受信信号への影響（誤り率）が異なる形で現れることが容易に想像される．つまり，一方で誤り率が大きく，もう一方では小さくなるという具合だ．そこで，両者の誤り率を小さくする仕掛けを仕込んでおくことにより，両者のいいとこ取りをする処理を繰り返して，徐々に誤り