

やり直しのための 伝送数学

Web

三谷 政昭

連載第28回の今回は、「表計算ソフトによるターボ符号の数値計算例」を具体的に示すことから始めます。次に、シャノン限界に近く符号として、近年とみに注目されるLDPC符号を取り上げ、基礎的なパリティ検査が基本であることを中心に、LDPC符号のもつ特徴を説明します。
(編集部)

第28回 OFDMシステムの受信性能向上技術(その8) LDPC符号の基礎

前回(2012年8月号, pp.152-160)は、ターボ符号を取り上げて、再帰原理に基づく繰り返し復号アルゴリズムの計算メカニズムを中心に解説した。数式のための説明に終始したため、実感がわかなかったのではないかと危惧している。

今回は、まず「ターボ符号」の具体的な復号処理プロセスを表計算ソフトで実感していただく。続いて、各種の信号応用分野における実用化が進み、注目を浴びる符号であるLDPC(Low Density Parity Check; 低密度パリティ検査)符号の概要を解説する。その際、LDPC符号の基礎をなすパリティ検査の数学的な取り扱いやグラフ表現法(タナー・グラフ)などを紹介する。

なお、計算に使用したExcel表は本誌ダウンロード・ページ(<http://www.cqpub.co.jp/interface/download>)

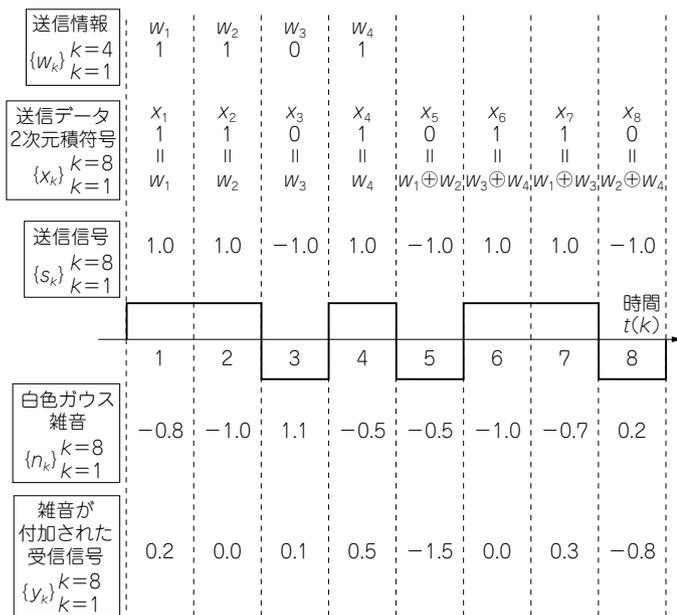


図1 雑音を含むターボ符号の受信信号例

にて公開するので、参考にしてほしい。

1. 表計算ソフトによるターボ符号の繰り返し復号処理の検証

それでは、図1(前回の図4の再掲)に示す4個の送信情報 $w = (w_1, w_2, w_3, w_4) = (1, 1, 0, 1)$ に対するターボ符号 x , すなわち,

$$\begin{aligned} x &= (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) \\ &= (w_1, w_2, w_3, w_4, r_1, r_2, c_1, c_2) \\ &= (1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0) \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ただし, } r_1 &= w_1 \oplus w_2, r_2 = w_3 \oplus w_4, \\ c_1 &= w_1 \oplus w_3, c_2 = w_2 \oplus w_4 \end{aligned}$$

を考え、雑音が付加された信号として,

$$\begin{aligned} y &= (y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7, y_8) \\ &= (0.2, 0.0, 0.1, 0.5, -1.5, 0.0, 0.3, -0.8) \\ &\dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

が受信されたとする。このとき、'0'に対して実数1.0を、'1'に対して実数(-1.0)を対応させているため、1.0と(-1.0)のスレッショルド(閾)値は0.0となり、受信信号が0.0より上(正の値)であれば送信情報は'1'、0.0より下(負の値)であれば'0'と復調できる。そこで、式(2)の受信信号を直接復号すると、

$$(1, \text{不定}, 1, 1, 0, \text{不定}, 1, 0) \dots\dots\dots (3)$$

が得られることになる。正しいターボ符号[式(1)]と比較すると、式(3)の左から2,3番目の送信情報に相当する2ビット($x_2 = w_2, x_3 = w_3$)、および6番目のパリティ・ビット($x_5 = r_2 = w_3 + w_4$)の3ビット誤りが含まれることがわかる。

早速、3ビット誤りを含む受信信号 y に対し、表計算ソフト(Excel)を利用して、再帰原理に基づく繰り返し復号