

84MHz動作Cortex-M4 マイコンでDSP 並みフィルタ&FFT

激安! 1500円mbed Nucleoで作る 本格デジタル信号処理マシン

第5回 FIRヒルベルト変換フィルタによる周波数シフト

三上 直樹

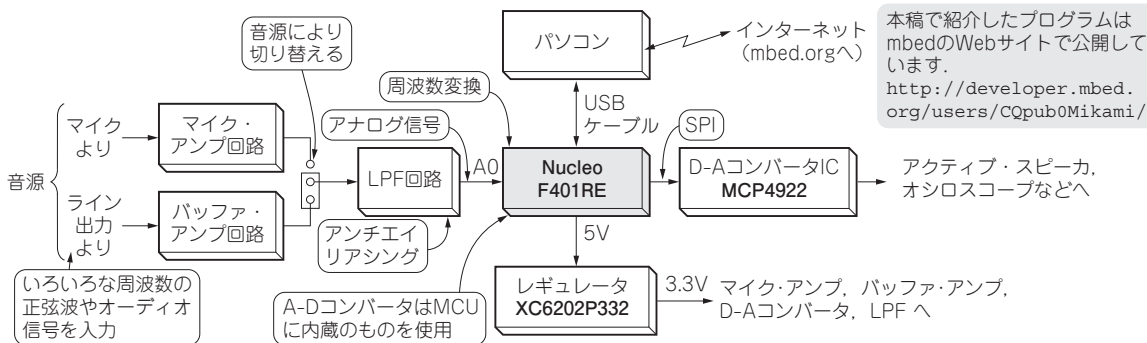


図1 実験のハードウェア構成…正弦波を入力して周波数変換してみる

今回は周波数変換器を作ります。周波数変換の方法にはいくつかありますが、FIRフィルタで作るヒルベルト (Hilbert) 変換を使った周波数変換器に挑戦してみます。

音声信号などのオーディオ信号を周波数シフトしてみると、基本波に対する倍音の周波数が、基本波の整数倍ではなくなります。そのため、周波数変換器にオーディオ信号を入力して、その出力をスピーカで音にして聞いてみると、とても奇妙な音になっていることを確かめることができます。周波数変換は無線のSSB通信などでも使われる技術です。

● 実験のハードウェア構成

今回の実験で使うハードウェアの構成を図1に示します。周波数変換で出力された信号をオシロスコープで観察します。D-A変換器の出力にアクティブ・スピーカをつなげば、音として聴いてみることもできます。

周波数シフトの原理

● 基本の考え方

オーディオ信号をはじめとする信号は、いろいろな周波数でいろいろな振幅の正弦波を加え合わせたものと考えられますが、これを式で表すとわかりにくくな

注1: フーリエ級数やフーリエ変換を使えば表せます。

ります注1。そこで、最初に単一の周波数の正弦波で考えます。

まず、式(1)で表される周波数 f_1 の正弦波注2 $x(t)$ を周波数変換することを考えます。

$$x(t) = \cos(2\pi f_1 t) \dots \dots \dots (1)$$

この正弦波の周波数を、 f_1 から f_U だけ高い方へシフトして $f_1 + f_U$ に変換するにはどうしたらよいでしょうか。これは、三角関数の加法定理を使えば解決できます。つまり、次のように計算できます。

$$\cos[2\pi(f_1 + f_U)t] = \cos(2\pi f_1 t) \cos(2\pi f_U t) - \sin(2\pi f_1 t) \sin(2\pi f_U t) \dots \dots (2)$$

したがって、式(1)の正弦波の周波数を f_U だけ高い方へシフトするには、 $\cos(2\pi f_U t)$ 、 $\sin(2\pi f_U t)$ のほかにも $\sin(2\pi f_1 t)$ という正弦波が必要になります。この中で、 $\cos(2\pi f_U t)$ と $\sin(2\pi f_U t)$ は計算で簡単に作ることができます。また、周波数 f_1 がわかっているならば、 $\cos(2\pi f_1 t)$ から $\sin(2\pi f_1 t)$ を作ることも、それほど難しいわけではありません。

● 周波数のcosとsinがほしい

しかし、実際には f_1 はわかりません。たとえ周波数 f_1 がわかったとしても、現実のオーディオ信号にはい

注2: sinとcosは、単に位相が違っているだけで、本質的な違いはありません。そのため、以降でも同様に、式の上ではcosになっていても正弦波と呼びます。