

## 脳波信号処理③…周波数解析

辰岡 鉄郎

## 生体信号処理ではFFTをよく使う

生体信号処理では、周波数スペクトル解析をよく利用します。実際の応用例を次に示します。

- 脳波の周波数スペクトルから、 $\delta$ 波、 $\theta$ 波、 $\alpha$ 波、 $\beta$ 波など、いくつかの周波数帯に区切って、それらの強度から、脳の活動度を判断する
- 心拍数のプロットを補間して等間隔時系列に変換したデータを、周波数解析を行うことにより、高周波成分と低周波成分の比率から自律神経の活動指標にする
- 呼吸波形の周波数解析により、平均呼吸振幅、呼吸ピーク周波数、呼吸重心周波数などの指標から、精神状態の評価に利用する

音声や電波などの周波数解析には、離散フーリエ変換(DFT)がしばしば利用されます。しかし、実際に処理をマイコンなどに組み込む際は、CPU処理の負荷を低減する目的で、DFTの演算量を大幅に低減して高速化できる高速フーリエ変換(FFT)を用いるのが一般的です。

## 今回のプログラム

## ● FFTアルゴリズム入門

FFTアルゴリズムには、さまざまな種類があります。基数で2種類(基数2または4)、間引きで2種類(時間、周波数)、インデックスの順序で3種類(Cooley-Tukey, その変形, Stockham)などと検索できます。それだけで12種類できてしまうので、一概に何種類とも言えませんが、十数種類以上ありそうです。

一般的には、1965年にクーリーとチューキーにより発見されたCooley-Tukeyの方法の、基数2(Radix-2)時間間引き形(decimation-in-time)または周波数間引き形(decimation-in frequency)が広く使われています。他にも、4のべき乗のデータで利用できる、さらに高速な基数4(Radix-4)アルゴリズムや、因数分解法などがあります。

Cooley-Tukeyの方法の、基数2のアルゴリズムは、フーリエ変換の係数である回転子(twiddle factor)の周期性を利用して、フーリエ変換を、バタフライ演算1段と、半分のデータ数のフーリエ変換二つの処理に分割できることを利用し、この操作を繰り返していくと、 $2^N$ 点のフーリエ変換が、最終的に $N$ ステージのバタフライ演算(Butterfly)で求められることとなります。

ただし、バタフライ演算を行った後のデータは、データの並びがばらばらになってしまうので、正しい順番に並べ直す必要があります。この並び順は、データ配列のインデックスを2ビットで表示したとき、MSB側とLSB側のビットを反転した関係に(ビット反転, bit reversal)なっています。データの順番を、あらかじめ先に並べ替えておく方法を時間間引き、バタフライ演算を全ステージ行った後で行う方法を周波数間引きと呼びます(図1)。両者は計算の順番は異なりますが、計算量は同じです。

## ● 採用したFFTアルゴリズム

生体計測の場合は、DC・ナイキスト周波数までのすべての値を使用しなくて良い場合も多く、時間間引き形の方が、バタフライ演算の最終ステージを必要周波数までで打ち切って演算時間を節約でき便利かもしれません。本稿でも最終段の演算の節約はしていないものの、Cooley-Tukeyの方法の、基数2の時間間引き形を採用しています。

## ● FFTプログラムの構成と処理フロー

FFTのプログラムは、FftTestクラス(FftTest.h, FftTest.cpp)として実装しました(図2)。データ長を指定してインスタンスを生成すると、コンストラクタで、ビット反転用のインデックス配列およびハン窓の窓関数データを生成します。パブリック・メンバ関数は下記の四つです。

- apply\_window…ハン窓を適用します
- calc\_fft…FFTを行います
- calc\_power…複素数値からパワー値を計算し